

Betriebssysteme und Sicherheit – Sicherheit

Florian Kerschbaum

TU Dresden

Wintersemester 2011/12

Begriffe

Kryptographie: „Geheimschrift“

Nachrichten schreiben ohne das sie von einem Anderen gelesen (verändert) werden können

Kryptanalyse:

Analyse geheimer Nachrichten

Kryptologie:

Kryptographie + Kryptanalyse

Steganographie:

Nachrichten schreiben ohne das ein Anderer bemerkt, dass sie geschrieben wurden

Beispiel 1

NUBSWRJUDSKLH

KRYPTOGRAPHIE

Beispiel 2

SEDDERN

DRESDEN

Substitution

Ersetze Zeichen (Buchstaben) durch Andere

- Nach Regel

$$y = x + 3 \pmod{26}$$

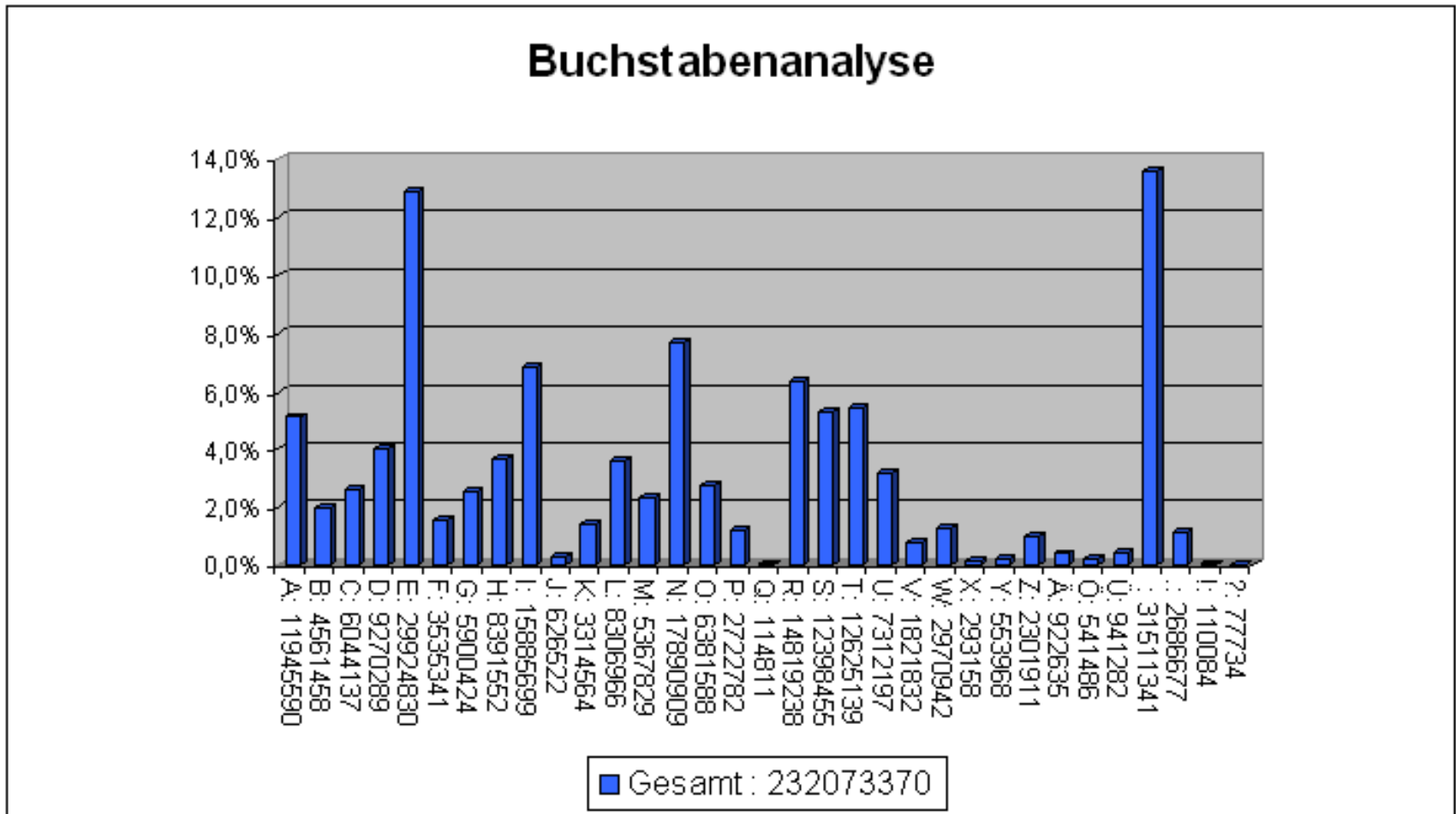
Caesar's Cipher

– Schlüssel: 3

- Nach Tabelle

– Schlüssel: Tabelle

Kryptanalyse - Substitution



Transposition

Änderung der Positionen der Zeichen

Beispiel Regel Spaltentransposition:

- Schreibe mit fester Zeilenlänge n
- Lese Spalten
- Schlüssel: n

Beispiel - Spaltentransposition

UNTERNEH

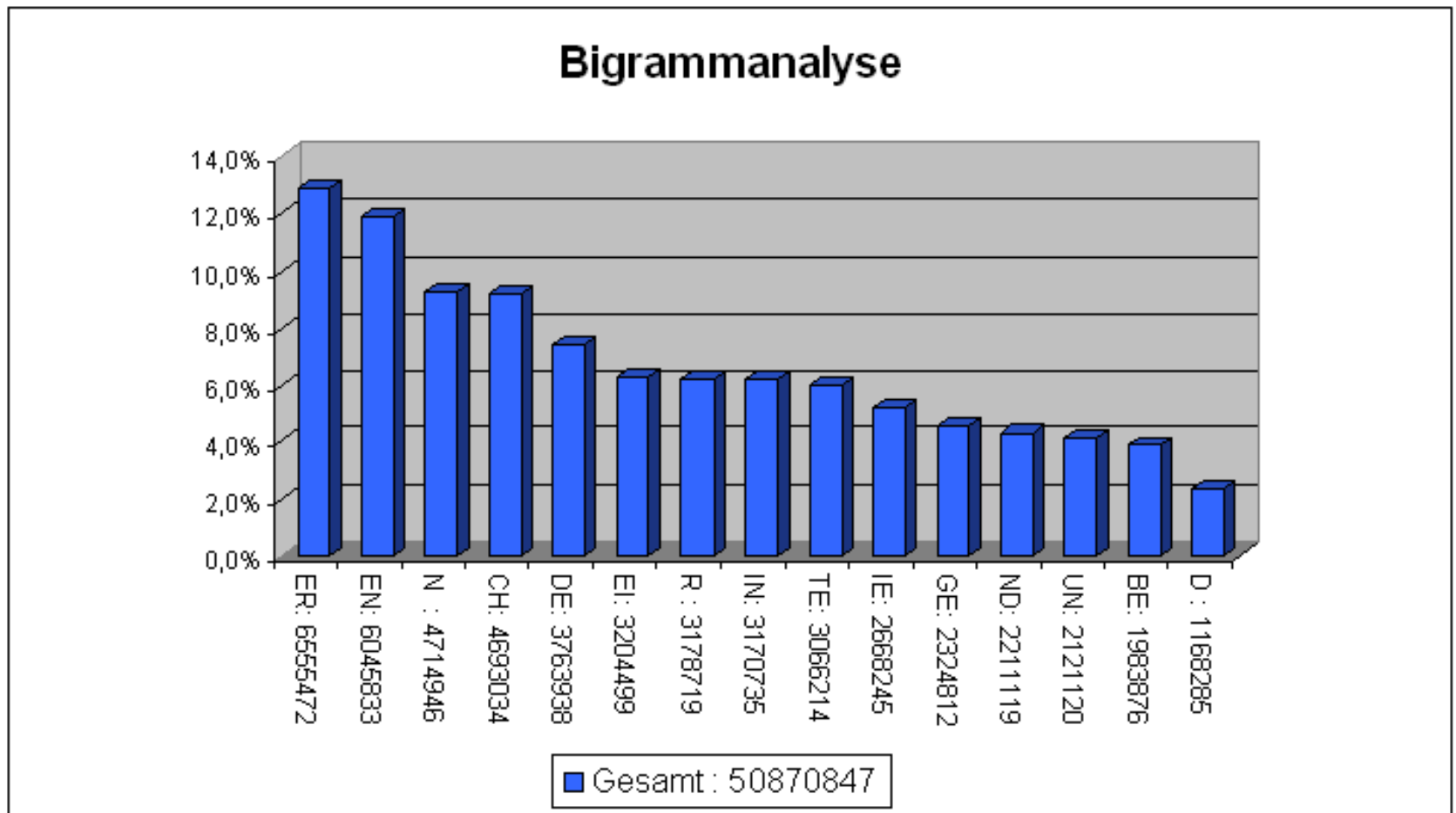
MENSUNDI

TSICHERH

HEITBSC

UMTHNESETNIESCTRUHBNNESEDRCHIH

Kryptanalyse - Transposition



Kryptanalyse - Spaltentransposition

UMTHNESETNIESCTRUHBNNESEDRCHIH

UMTHN

UMTHNESETNIESCTRUHBNNESEDRCHIH

UMTHN

UMTHNESETNIESCTRUHBNNESEDRCHIH

UMTHN

UMTHNESETNIESCTRUHBNNESEDRCHIH

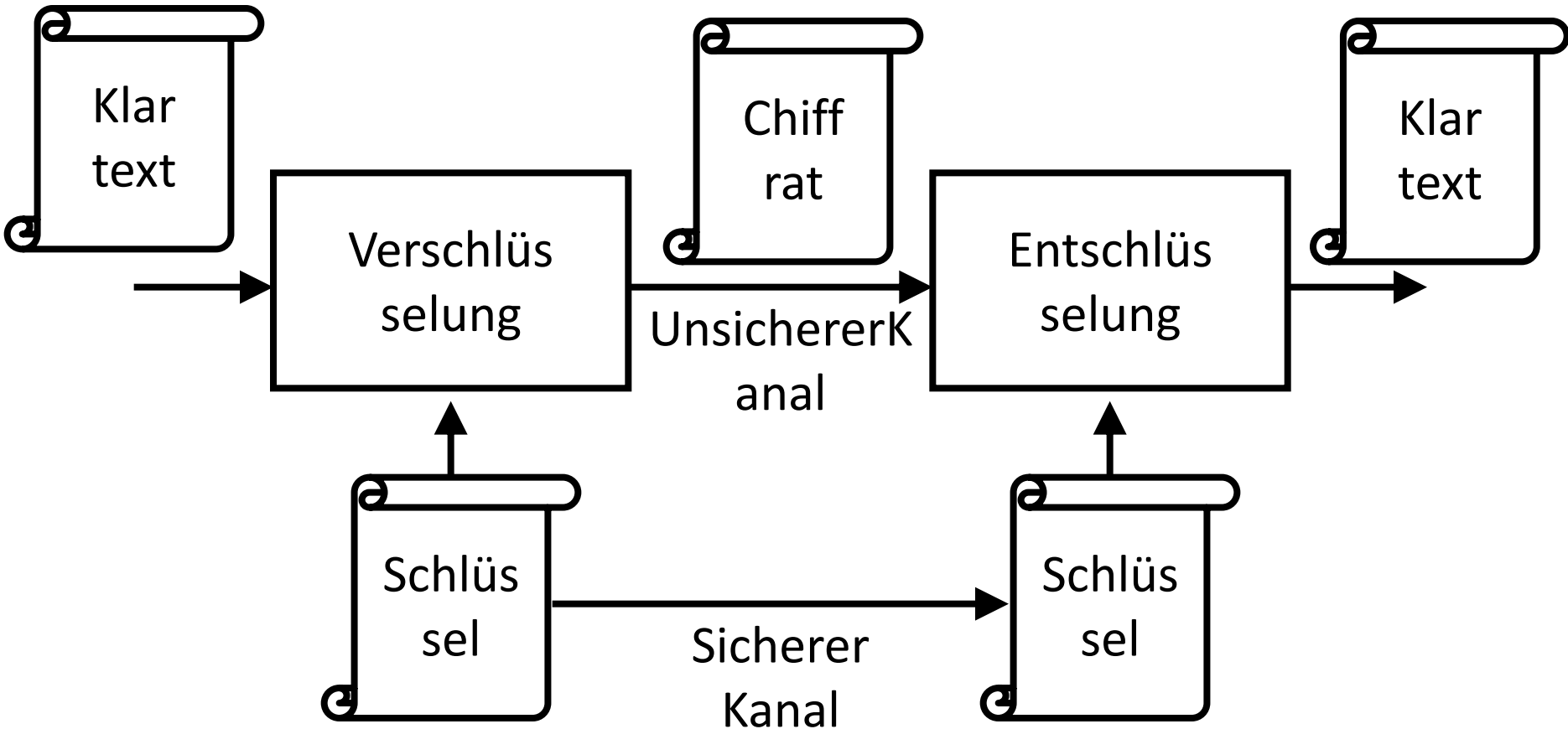
UMTHN

UMTHNESETNIESCTRUHBNNESEDRCHIH



Moderne Kryptographie

Shannon: Informationstheorie



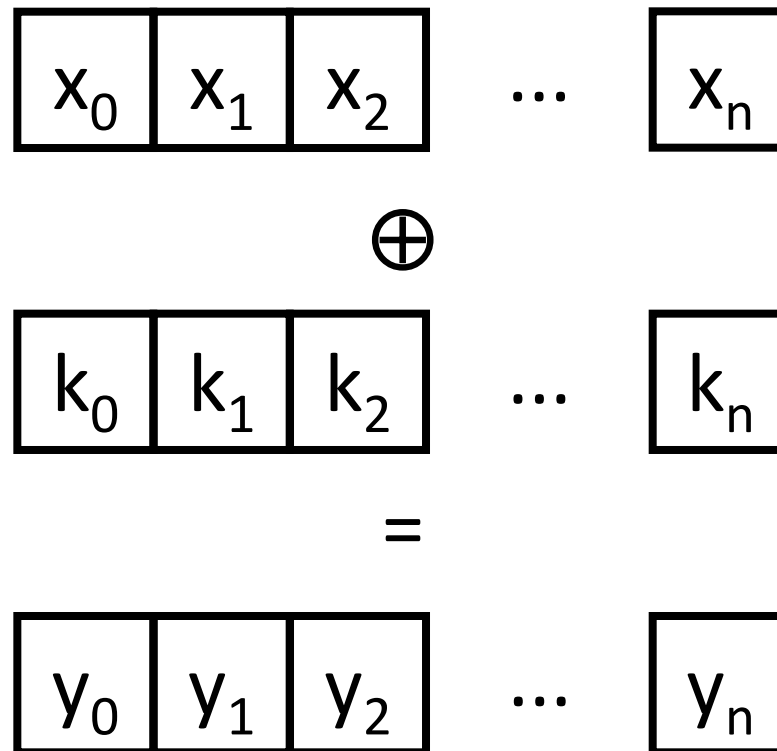
Kerckhoff Prinzip

Die Sicherheit eines Kryptosystems
sollte ausschließlich auf der
Geheimhaltung des Schlüssels
beruhen, niemals aber auf der
Geheimhaltung des Systems selber.

One-Time Pad

Regel:

$$y_i = x_i + k_i \pmod{2}$$



Bedingungen

- Schlüssel genauso lang wie Nachricht
- Schlüssel gleichverteilt zufällig

Beweisbar Sicher

Chiffre ist gleichverteilt unabhängig von der Verteilung des Klartexts

$x_i = 0$ mit Wahrscheinlichkeit p ($x_i = 1: 1-p$)

$k_i = 0$ mit Wahrscheinlichkeit $0,5$ ($k_i = 1: 0,5$)

$y_i = 0$ mit Wahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} p(y_i = 0) &= p(x_i = 0) p(k_i = 0) + \\ &\quad p(x_i = 1) p(k_i = 1) \\ &= 0,5p + 0,5(1-p) \\ &= 0,5 \end{aligned}$$

Beweisbar Sicher

Jedes Chiffert y kann in jeden beliebigen Klartext x entschlüsselt werden

$$k = y \oplus x$$

Chiffert kann keine Information über Klartext enthalten

Verschlüsselung „abstreitbar“

Problem

Einfache Substitution/Permutation nicht sicher

One-Time Pad ineffizient im sicheren Kanal

Frage: Kann ich mit wenig Kommunikation auf dem sicheren Kanal viel auf dem unsicheren Kanal übertragen?

AES

Vorläufer:

- DES (1977)
- 56 Bit Schlüssel
- Kritik an S-Boxen

Standard 1997 – 2002

128 Bit Schlüssel

Endliche Körper

- Endliche Menge von Elementen x
- Addition / Multiplikation
- Menge „abgeschlossen“
 - Neutrales Element $0 / 1$
 - $x + 0 = x$
 - $x \cdot 1 = x$
 - Inverses
 - $x + (-x) = 0$
 - $x \cdot x^{-1} = 1$ (ohne 0)

Konstruktion Endlicher Körper

Zu jeder Primzahlpotenz p^a gibt es genau einen Körper

Polynomringe: Polynomdivisionsreste

Polynomringe 2^a

Elemente:

Polynome bis Grad $a-1$ und
Koeffizienten $\in \{0,1\} \pmod{2}$

Z.B.

$$x^6 + x^4 + 1$$

Addition:

$$(x^6 + x^5 + 1) + (x^6 + x^4 + 1) = x^5 + x^4$$

$$x^n + x^n = 0$$

Polynomringe – Multiplikation

Man nehme ein irreduzibles Polynom vom Grad a

$$\text{Z.B. } m = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$$

$$p = p_1 \cdot p_2 \pmod{m}$$

$$p_1 = x^7 + x^5 + 1$$

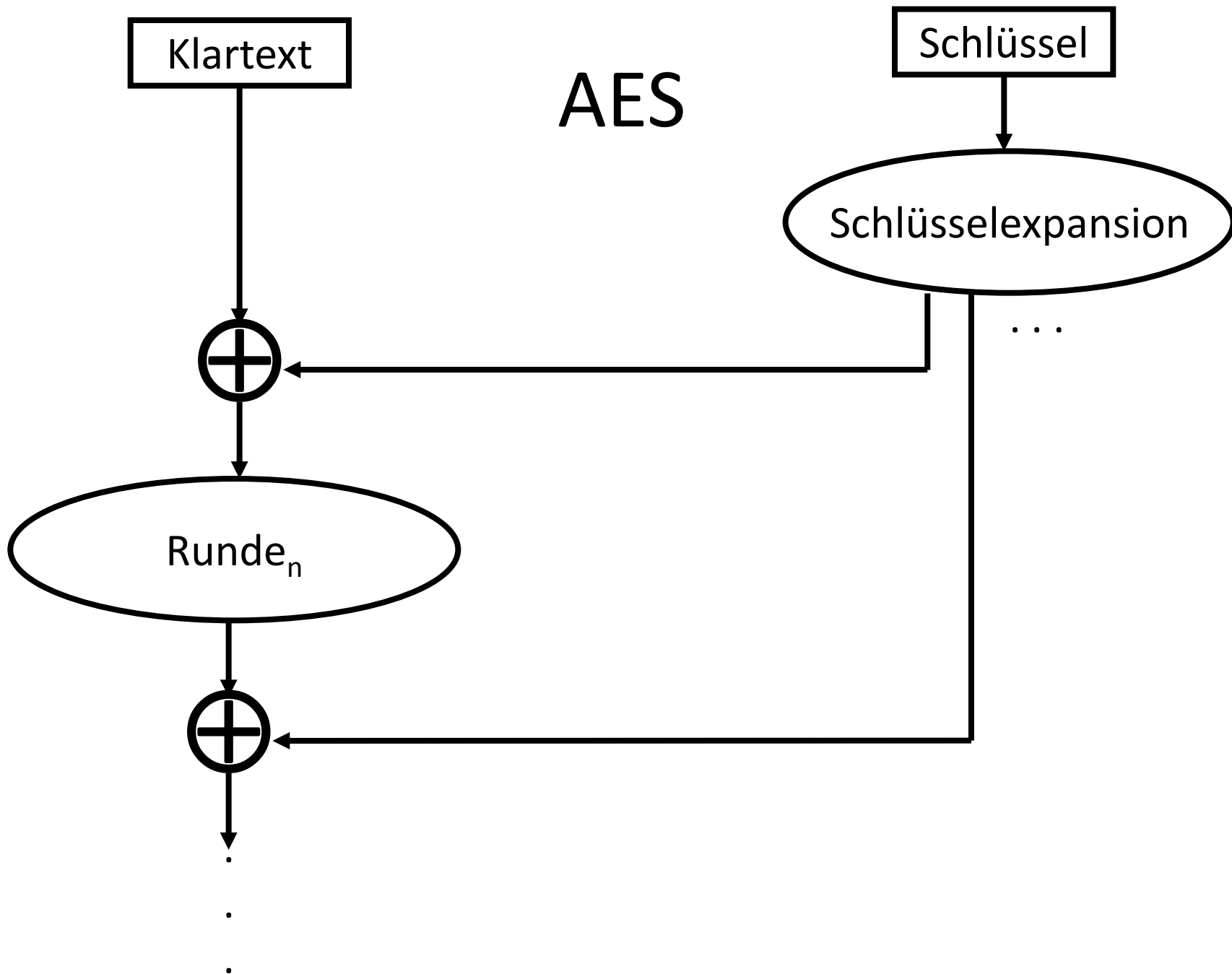
$$p_2 = x^6 + x^4 + x$$

$$\begin{aligned} p &= x^{13} + x^{11} + x^6 + x^{11} + x^9 + x^4 + x^8 + x^6 + x \\ &= x^{13} + x^9 + x^8 + x^4 + x \end{aligned}$$

Polynomringe – Multiplikation

$$\begin{array}{r} p = \quad x^{13}+x^9+x^8 \quad +x^4+x \pmod{x^8+x^4+x^3+x+1} \\ - \quad x^{13}+x^9+x^8+x^6+x^5 \quad (x^5 \cdot (x^8+x^4+x^3+x+1)) \\ \hline \quad \quad \quad x^6+x^5+x^4+x \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (x^7+x^5+1) \cdot (x^6+x^4+x) \pmod{x^8+x^4+x^3+x+1} = \\ & = x^6+x^5+x^4+x \end{aligned}$$



AES Runden

10 Runden

Jede Runde besteht aus

- SubBytes
- ShiftRows
- MixColumns

AES State

128 Bit = 16 Byte: 0, 1, 2, 3, ...

Spaltenweise 4x4 Matrix

0	4	8	12
1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15

AES – SubBytes

Es sei Byte b ein Element im Polynomring modulo $x^8+x^4+x^3+x+1$

Berechne b^{-1} (für $b \neq 0$)

Konvertiere b^{-1} zu Bits: $b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0$

Definiere c ($c_7c_6c_5c_4c_3c_2c_1c_0$) = 01100011

Berechne ($i=0 \dots 7$)

$$a_i = b_i + b_{i+4} + b_{i+5} + b_{i+6} + b_{i+7} + c_i \pmod{2}$$

Konvertiere a_i zu Byte

AES - ShiftRows

0	4	8	12
1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15



0	4	8	12
5	9	13	1
10	14	2	6
15	3	7	11

AES – MixColumns

Es sei jedes Byte b_i einer Spalte ein Element im Polynomring

Multipliziere

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

Wiederhole für jede Spalte

AES – Schlüsselexpansion

Schlüssel ist 128 Bit = 4 Worte (a 4 Bytes)

Es w_i ($i=0 \dots 3$) das i -te Wort

Beginne mit Ausgangsschlüssel

Berechne w_i ($i=4 \dots 43$)

$$i \neq 0 \pmod{4}: w_i = w_{i-4} \oplus w_{i-1}$$

$$i = 0 \pmod{4}: w_i = w_{i-4}$$

$$\oplus \text{SubBytes}(w_{i-1}[1], w_{i-1}[2], w_{i-1}[3], w_{i-1}[0])$$

$$\oplus (0100000) \ll ((i-4)/4)$$

AES – Entschlüsselung

Jede Operation (XOR, MixColumns, ShiftRows, SubBytes) ist invertierbar

Für Operationen in umgekehrter Reihenfolge
aus

Schlüsselexpansion bleibt

Erkenntnis

Substitution ist unsicher

Permutation ist unsicher

Schlüsselwiederverwendung bei XOR ist
unsicher

ABER

Wiederhole alles oft genug und es kann als
sicher gelten

Implementierung

AES ist effizient

AES kann gut in Hardware implementiert werden

S-Boxen

1. Vorberechnung und Speicherung
2. Berechnung und Speicherung bei erster Ausführung
3. Immer Berechnung

Problem

AES ist eine Blockchiffre

128 Bit (Klartext) x 128 Bit (Schlüssel) → 128 Bit (Chiffre)

Wie verschlüsselt man einen Strom von Daten (> 128 Bit) ?

Erste Idee: Teile in Blöcke ein und verschlüssele jeden Block einzeln

(ECB: Electronic Code Book)

Beispiel

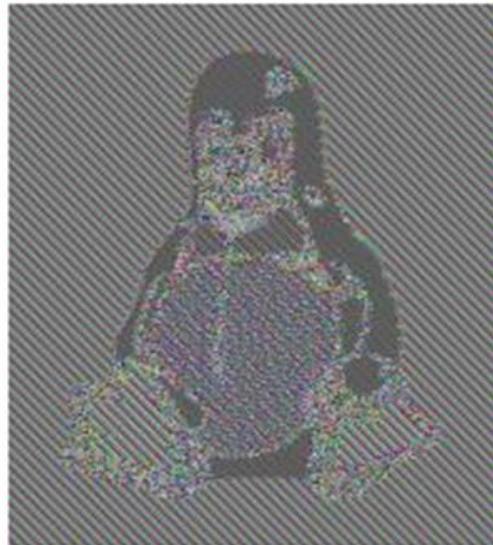


Original

Beispiel



Original

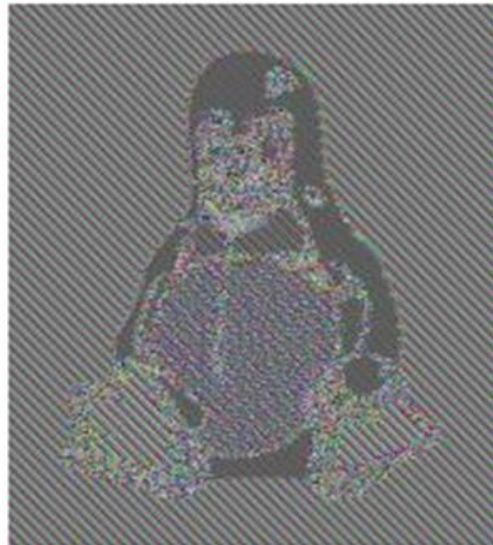


Encrypted using ECB mode

Beispiel



Original



Encrypted using ECB mode



Encrypted using other modes

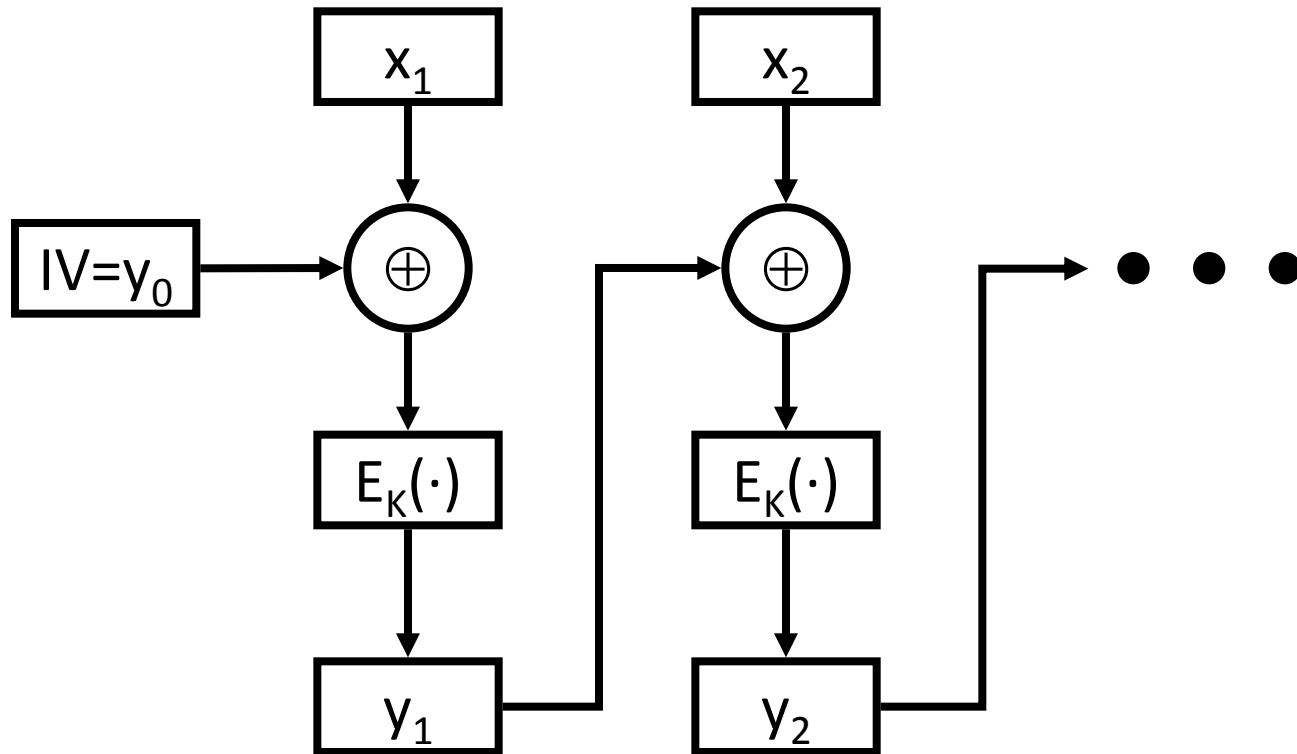
Lösung

Verkette Blöcke miteinander, so dass der letzte Block von allen vorherigen abhängt

(CBC: Cipher Block Chaining)

$$y_i = E(y_{i-1} \oplus x_i)$$

CBC – Verschlüsselung



CBC – Entschlüsselung

