

# Quantitative Methoden

1. Gegeben sei die Präzedenzrelation  $\{(A, C), (B, C), (C, D), (E, D), (E, F)\}$  zwischen sechs Jobs  $A, \dots, F$ . Die Jobs erfordern folgende Bedienungszeiten (in einer bestimmten Zeiteinheit):

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$
2	3	3	2	5	4

Zur Bearbeitung stehen zwei gleichartige Prozessoren zur Verfügung. Die Jobs sind nicht unterbrechbar.

- (a) Zeichnen Sie den Präzedenzgraphen (einschließlich der Bedienungszeiten) als Vorgangspfeilnetz. Beachten Sie dabei die folgenden Regeln, die für Vorgangspfeilnetze gelten:
- Es darf nur *einen* Anfangsknoten und *einen* Endknoten geben.
  - Zwischen zwei Knoten darf es nur *eine* Kante (ohne weitere Zwischenknoten) geben.
  - Kanten sollten sich nicht kreuzen.
  - Es sollten so wenig Scheinvorgänge als möglich verwendet werden.
  - Alle Pfeile (alle Kanten des Graphen) müssen von links nach rechts gerichtet sein.

Überlegen Sie sich auch, welches die Motivationen für diese Regeln sind!

- (b) Geben Sie die Ablaufpläne (GANTT-Diagramme) gemäß FIFO (dies sei die in der Tabelle stehende Reihenfolge), SPT und LPT an. Berechnen Sie in allen Fällen die relevanten Bewertungsgrößen! Erläutern Sie (unter Einbeziehung dieser Ergebnisse) die Bedeutung der einzelnen Zuteilungsstrategien. Welcher Ablaufplan ist optimal?
- (c) Versuchen Sie, einen Ablaufplan zu konstruieren, der gleichzeitig zu maximalem Durchsatz und zu minimaler mittlerer Jobverweilzeit führt. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den in (b) ermittelten Werten.
- (d) Unter welchen Modifikationen der Voraussetzungen lassen sich prinzipiell weitere Verbesserungen erreichen? Inwieweit ist dies im konkreten Fall möglich?
- (e) Inwieweit ändern sich die Ergebnisse, wenn nur ein Prozessor zur Verfügung steht?

2. In einem Betriebssystem erfolge das Scheduling nach dem Round-Robin-Verfahren mit der Zeitscheibellänge  $Q$ .  $n$  Jobs, von denen jeder den (einigen) Prozessor für  $T = kQ$  Zeiteinheiten ( $k \in \mathbb{N}^+$ ) beansprucht, werden gleichzeitig in die Warteschlange bereiter Jobs eingereiht. Berechnen Sie die Wartezeit für jeden Job und die mittlere Wartezeit für die Menge der  $n$  Jobs. Was folgt daraus für den Fall des sog. Prozessor-Sharings (Zeitquant der Größe 0)? Welchen Sinn hat dieser Fall?

Hinweis: Betrachten Sie zunächst bei  $n = 4$  und  $T = 10$  die drei Fälle  $Q = 10, Q = 5, Q = 1$ .

3. Geben Sie einen Überblick über das Scheduling in Echtzeitsystemen (Aufgaben und Begriffe – Modellannahmen – wichtige Scheduling-Verfahren und deren Eigenschaften – Kriterien für die Zulassung einer Task-Menge).
4. In einem Echtzeitsystem sind zwei periodische Tasks  $T_1, T_2$  einzuplanen mit folgenden Werten ( $p_i$  Periodenlänge,  $t_i$  Bearbeitungszeit, Periodenende = Zeitschranke):

$$p_1 = 5 \text{ s}, t_1 = 2 \text{ s}$$

$$p_2 = 3 \text{ s}, t_2 = 1 \text{ s}$$

Zwischen den Tasks bestehen keine Abhängigkeiten; sie sind an beliebiger Stelle unterbrechbar. Die Tasks sollen auf möglichst einfache Weise (geringer Overhead) eingeplant werden.

- (a) Untersuchen Sie, inwieweit dies möglich ist.
- (b) Nach einiger Zeit ist eine weitere Task  $T_3$  einzuplanen mit  $p_3 = 5 \text{ s}, t_3 = 1 \text{ s}$ . Diskutieren Sie die entstandene Situation.
- (c) Nachträglich stellt sich heraus, dass für  $T_1$  ein Prozessorbedarf von  $2,1 \text{ s}$  erforderlich ist. Welche Konsequenzen hat dies für Zulassung und Einplanung der drei Tasks?

5. Die folgende Tabelle enthält die Jobs  $J$ , die durch einen Scheduler in einem 1-Prozessor-System während einer Dauer von  $t_{ges} = 25$  s einzuplanen sind.

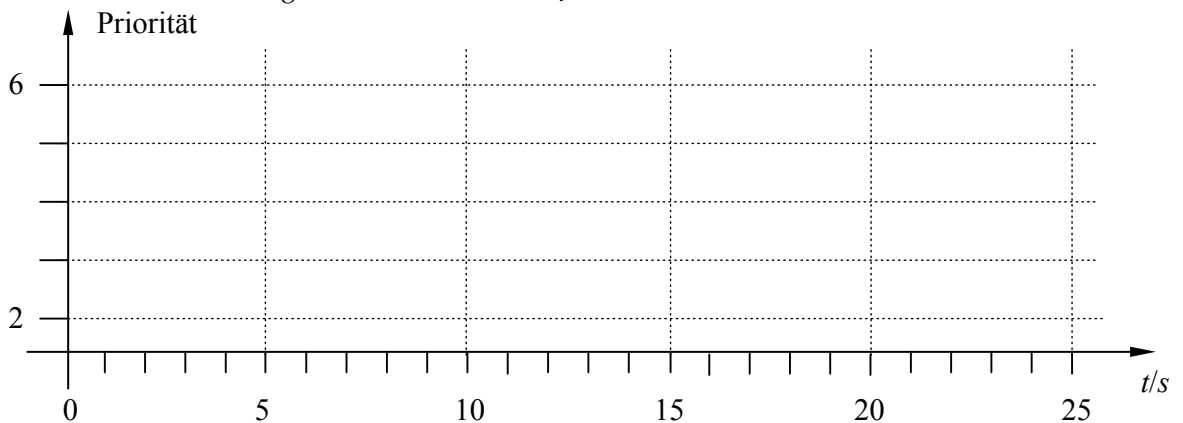
$J$	A	B	C	D	E	F	G	H
$t/s$	0	2	3	6	8	17	18	21
$p$	2	6	3	2	5	3	5	2
$b/s$	4	3	4	2	2	4	2	1

$t$  Zeitpunkt, zu dem der jeweilige Job erstmals bereit wird

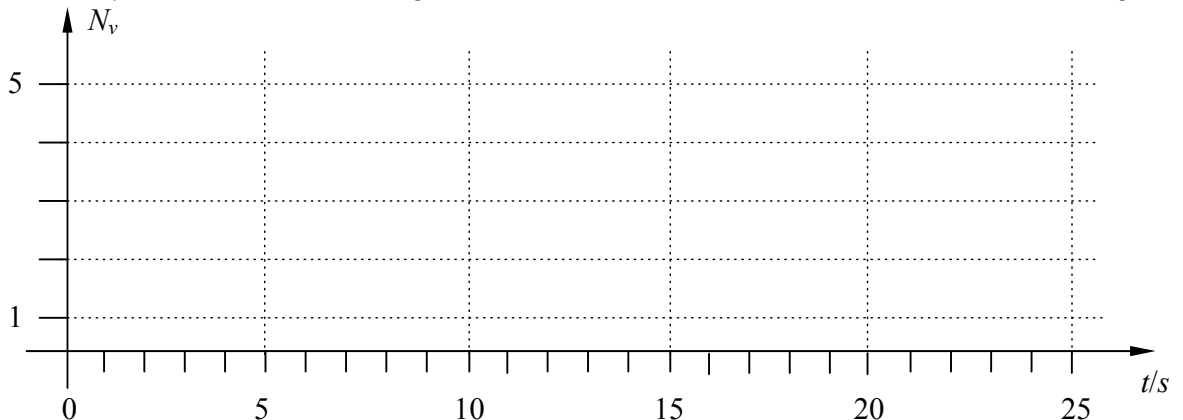
$p$  Priorität (1: niedrigste Priorität; bei höherer Priorität wird ein Job unterbrochen, bei gleicher Priorität wird nach der Strategie FIFO verfahren)

$b$  Bedarf an Prozessorzeit.

- (a) Erläutern Sie an dem Beispiel alle wichtigen bedienungstheoretischen Grundbegriffe (Modellstruktur – Einflussgrößen – Bewertungsgrößen).  
 (b) Stellen Sie die Zuteilung des Prozessors an die Jobs durch den Scheduler dar.



- (c) Stellen Sie die Anzahl  $N_v(t)$  der im System befindlichen Forderungen (Jobs) als Funktion der Zeit  $t$  grafisch dar. Es empfiehlt sich, in diesem Diagramm in der „untersten Zeile“ (direkt über der  $t$ -Achse) jeweils den in Bearbeitung befindlichen Job und darüber die wartenden Jobs einzutragen.



- (d) Berechnen Sie alle Einfluss- und Bewertungsgrößen, erklären Sie diese Größen.  
 (e) Berechnen Sie den Verweilzeitfaktor. Interpretieren Sie das Ergebnis.
6. Erläutern Sie den Begriff M/M/1/∞-Modell. Welche Informationen müssen für eine konkrete rechnerische Auswertung eines solchen Modells vorliegen? Welche Größen kann man daraus gewinnen? Gehen Sie insbesondere auf Verkehrswert und Verweilzeitfaktor ein (Definition, Bedeutung, Funktionsverlauf).
7. Ein M/M/1/∞-Modell habe die Parameter  $\lambda = 40 \text{ s}^{-1}$  und  $T_b = 20 \text{ ms}$ .
- (a) Was bedeuten diese beiden Größen? Lässt sich das Modell analytisch behandeln?  
 (b) Wie groß ist der Anteil der Forderungen, deren Bedienung spätestens nach 20 ms bzw. nach 50 ms beendet ist?  
 (c) Berechnen Sie die mittlere Wartezeit einer Forderung und die durchschnittliche Länge der Warteschlange. Gehen Sie dabei von der Formel für den Verweilzeitfaktor aus.  
 (d) Um wie viel Prozent verringern sich die in (c) ermittelten Werte, wenn sich die Verarbeitungsgeschwindigkeit um ein Drittel erhöht?