

Betriebssysteme und Sicherheit

Symmetrische Kryptographie

WS 2012/2012

Dr.-Ing. Elke Franz
Elke.Franz@tu-dresden.de

Professur 
Datenschutz und Datensicherheit

Überblick

1 Einführung

2 Erreichbare Schutzziele

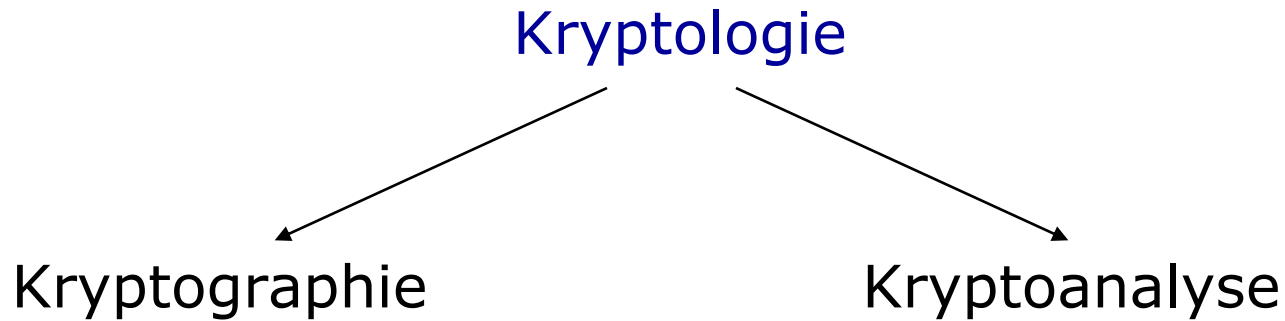
3 Prinzip symmetrischer Systeme

4 Anmerkungen zur Sicherheit

 Beispiel: Vernam-Chiffre

5 Beispiel: AES

1 Einführung



Kryptographie (griech. „kryptos“+ „graphein“)

Wissenschaft von den Methoden der Ver- und Entschlüsselung von Informationen.

Kryptoanalyse (griech. „kryptos“+ „analein“)

Wissenschaft vom Entschlüsseln von Nachrichten ohne Kenntnis dazu notwendiger geheimer Informationen.

1 Einführung

Historische Verfahren

- Transpositionen
Verwürfeln der Klartextzeichen, Permutation der Stellen des Klartextes (**Permutationschiffren**)

Beispiel: Skytala (Matrixtransposition)

transpositionschiffre



t	r	a	n	s
p	o	s	i	t
i	o	n	s	c
h	i	y	f	r
e	x	y	z	x



TPIHEROOIXASNYYNISFZSTCRX

1 Einführung

Historische Verfahren

- MM-Substitutionen (**m**onoalphabetisch, **m**onographisch)

Beispiel: Cäsarchiffre

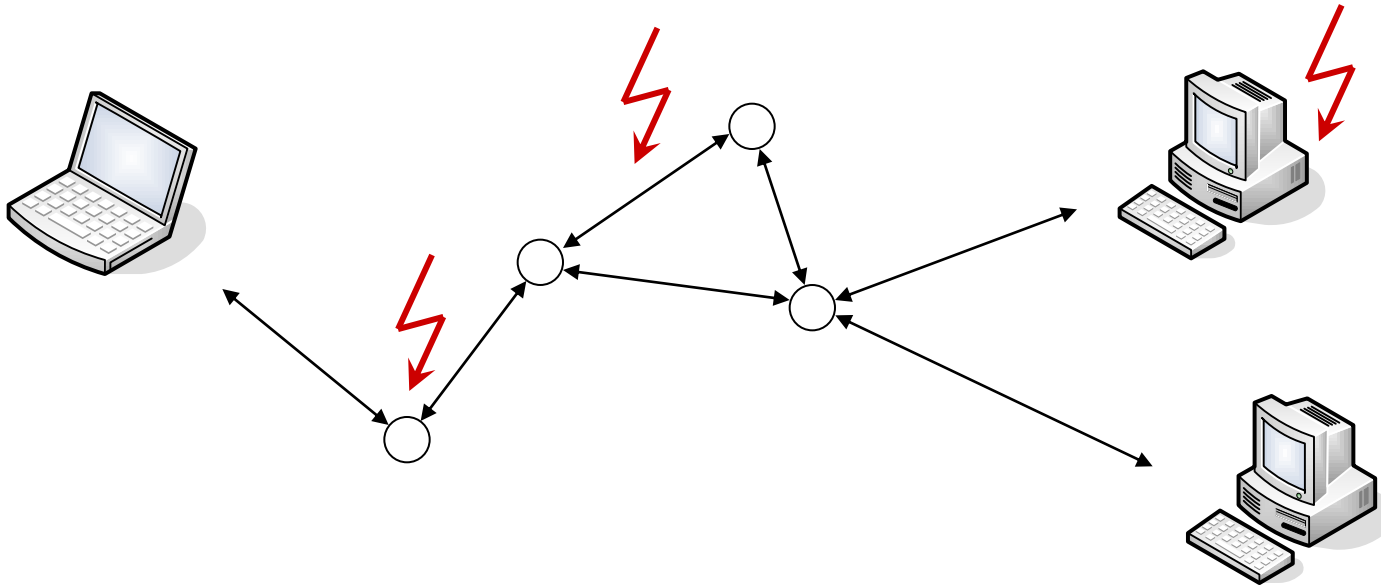
Nachricht	a	b	c	d	e	f	g		...		x	y	z
Schlüsseltext	D	E	F	G	H	I	J		...		A	B	C

b e i s p i e l → E H L V S L H O

- PM-Substitutionen (**p**olyalphabetisch, **m**onographisch)
Beispiel: Vigenère-Chiffre

2 Erreichbare Schutzziele

Mögliche Bedrohungen durch Angriffe



- Unbefugte Kenntnisnahme der Informationen
- Verfälschen von Informationen (bei Nachrichten auch von deren Absendern)
- Stören der Verfügbarkeit

2 Erreichbare Schutzziele

Unterteilung der Schutzziele

	Inhalte	Umstände
Unerwünschtes verhindern	Vertraulichkeit Verdecktheit	Anonymität Unbeobachtbarkeit
Erwünschtes leisten	Integrität	Zurechenbarkeit
	Verfügbarkeit	Erreichbarkeit Verbindlichkeit

2 Erreichbare Schutzziele

Mittels Kryptographie erreichbare Schutzziele

- **Vertraulichkeit**

Informationen werden nur Berechtigten bekannt.

- **Integrität**

Informationen können nicht unerkannt modifiziert werden.

- **Zurechenbarkeit**

Dem Sender einer Nachricht kann das Senden (auch gegenüber Dritten) nachgewiesen werden.

(Nachweis des Empfangs sowie des Zeitpunktes des Sendens/Empfangens erfordert weitere Maßnahmen.)

3 Prinzip symmetrischer Systeme

Kriterien für eine Einteilung

- Zweck
 - **Konzelationssysteme**
Systeme zum Schutz der **Vertraulichkeit** der Daten
 - **Authentikationsysteme**
Systeme zum Schutz der **Integrität** der Daten
 - **digitale Signatursysteme** (spezielle Authentikationsysteme)
Systeme zur Realisierung von **Zurechenbarkeit** von Daten
- Schlüsselverteilung
 - **Symmetrische** Verfahren: $k_e = k_d$
 - **Asymmetrische** Verfahren: $k_e \neq k_d$

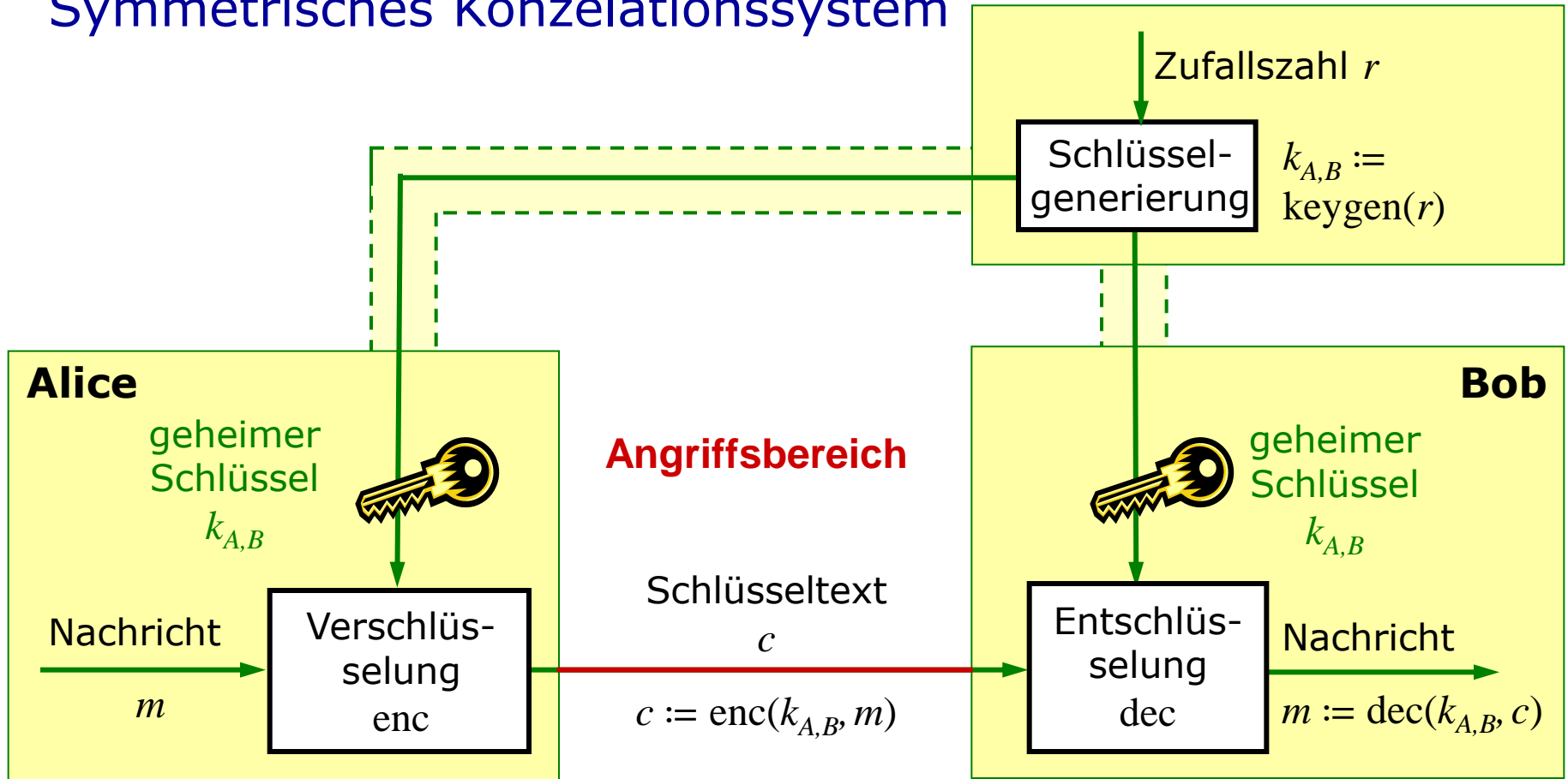
Notation:

$k_{A,B}$: symmetrischer Schlüssel für Kommunikation
zwischen Teilnehmern A und B

$k_{e,A}/k_{d,A}$: Schlüssel zur Ver-/Entschlüsselung des Teilnehmers
 A (asymmetrisches System)


3 Prinzip symmetrischer Systeme

Symmetrisches Konzelationssystem



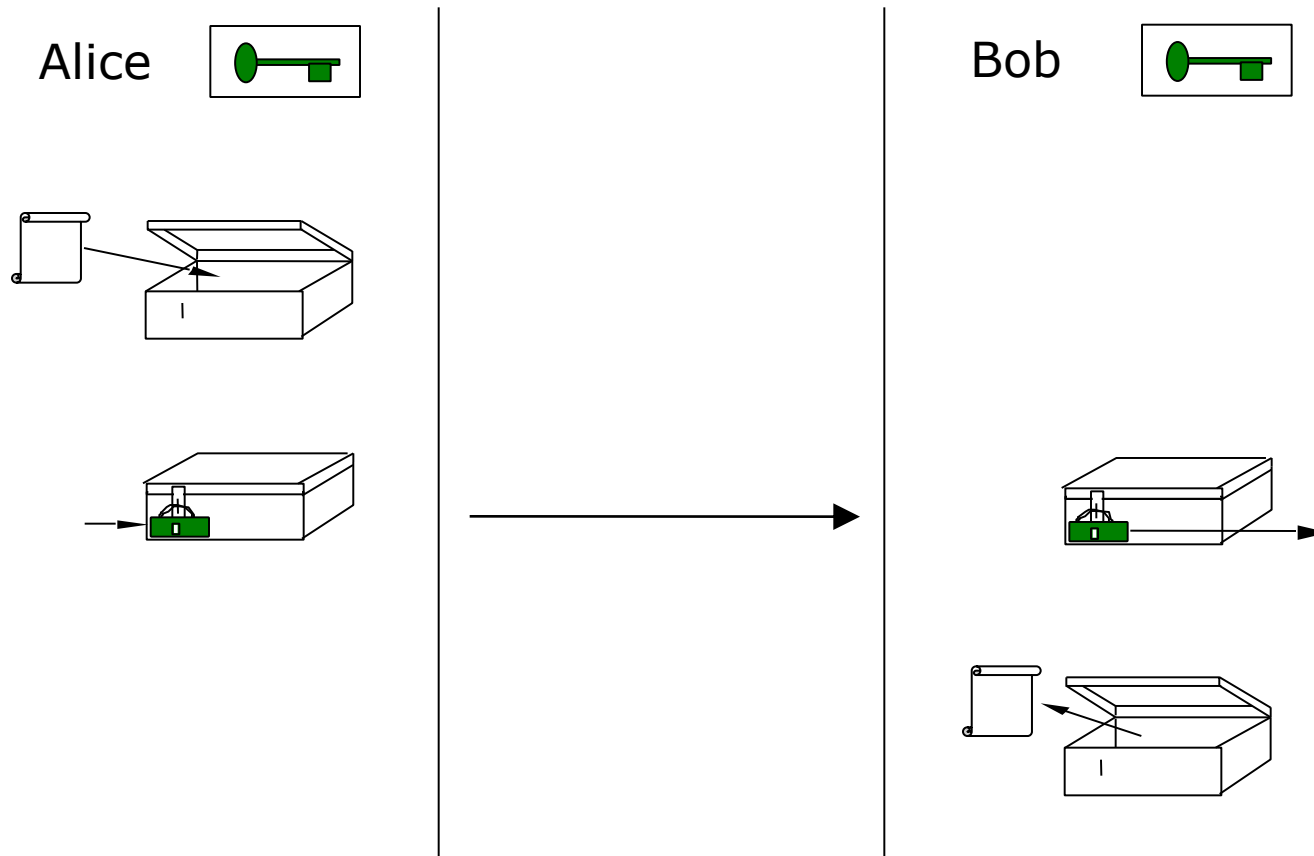
 Vertrauensbereich

 Sicherer Kanal für Schlüsselaustausch

 öffentlich bekannter Algorithmus

3 Prinzip symmetrischer Systeme

Symmetrisches Konzelationssystem



3 Prinzip symmetrischer Systeme

- **Schlüsselaustausch**

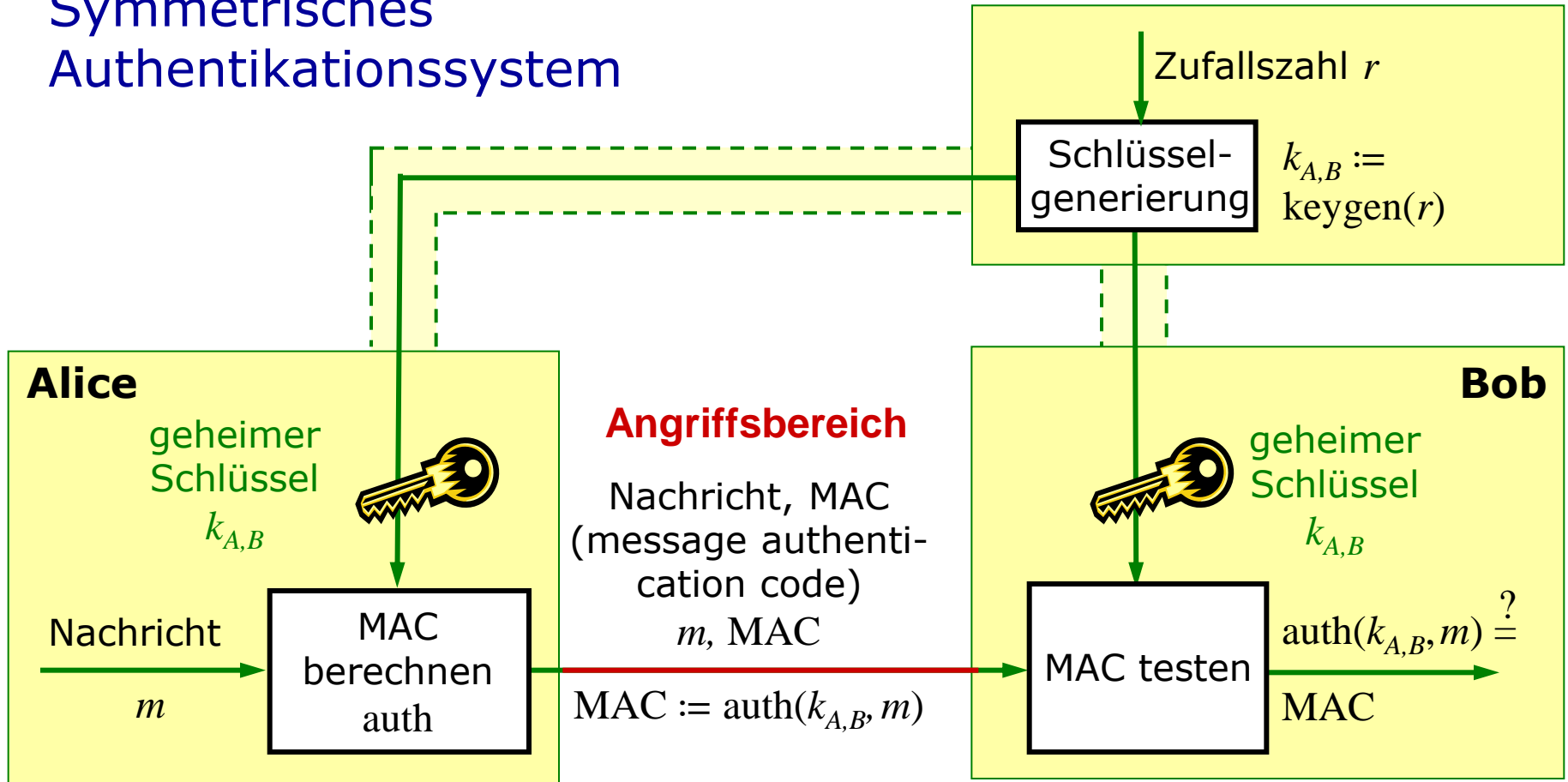
- Notwendig: sicherer Kanal für Schlüsselaustausch
- Offenes System: Sender und Empfänger können sich nicht vorab treffen

→ Lösung: **Schlüsselverteiltrale X**

- Jeder Teilnehmer (z.B. A) meldet sich an und tauscht einen geheimen Schlüssel $k_{A,X}$ mit X aus
- Kommunikation mit Teilnehmer B : Anfrage an X nach geheimem Schlüssel $k_{A,B}$
- X generiert Schlüssel $k_{A,B}$ und sendet ihn an A und B
- **Problem:** X kann alle Nachrichten lesen
- **Verbesserung:** verschiedene Schlüsselverteiltralen verwenden und geheime Schlüssel lokal berechnen

3 Prinzip symmetrischer Systeme

Symmetrisches Authentifikationssystem



Vertrauensbereich

Sicherer Kanal für Schlüsselaustausch

öffentlich bekannter Algorithmus

4 Anmerkungen zur Sicherheit

Kerckhoffs-Prinzip

Die Sicherheit eines Verfahrens darf nicht von der Geheimhaltung des Verfahrens abhängen, sondern nur von der **Geheimhaltung des Schlüssels**.

[Auguste Kerckhoffs: *La Cryptographie militaire*. Journal des Sciences Militaires, Januar 1883.]

- Keine „Security by Obscurity“
- Annahme: Angreifer kennt das Verfahren und die öffentlichen Parameter
- Sicherheit des Verfahrens begrenzt durch
 - Sicherheit der Schlüsselgenerierung und
 - Sicherheit des Schlüsselaustauschs

4 Anmerkungen zur Sicherheit

Klassifizierung von Kryptosystemen nach ihrer Sicherheit

- **informationstheoretisch sicher**
Auch einem unbeschränkten Angreifer gelingt es nicht, das System zu brechen.
(„unconditional security“, „perfect secrecy“)
 - beste erreichbare Sicherheit
-

- Verschiedene Begriffe zur Bewertung der Sicherheit der übrigen Systeme
- Annahmen über Möglichkeiten des Angreifers, Betrachtung der Sicherheit unter bestimmten Angriffen

4 Anmerkungen zur Sicherheit

Informationstheoretische (perfekte) Sicherheit

[Claude Shannon: *Communication Theory of Secrecy Systems*. Bell Systems Technical Journal, 28(1949), 656-715.]

- Informelle Beschreibung (bzgl. Konzelationssystem):

Selbst ein unbeschränkter Angreifer gewinnt aus seinen Beobachtungen keinerlei zusätzliche Informationen über Klartext oder Schlüssel.

- „unbeschränkt“: beliebiger Rechen- und Zeitaufwand
- „zusätzliche Informationen“: nicht besser als bloßes Raten
- **Aussagen bzgl. Sicherheit gelten nur für den Algorithmus!**

4 Anmerkungen zur Sicherheit

→ Notwendige und hinreichende Bedingung für informationstheoretische Sicherheit:

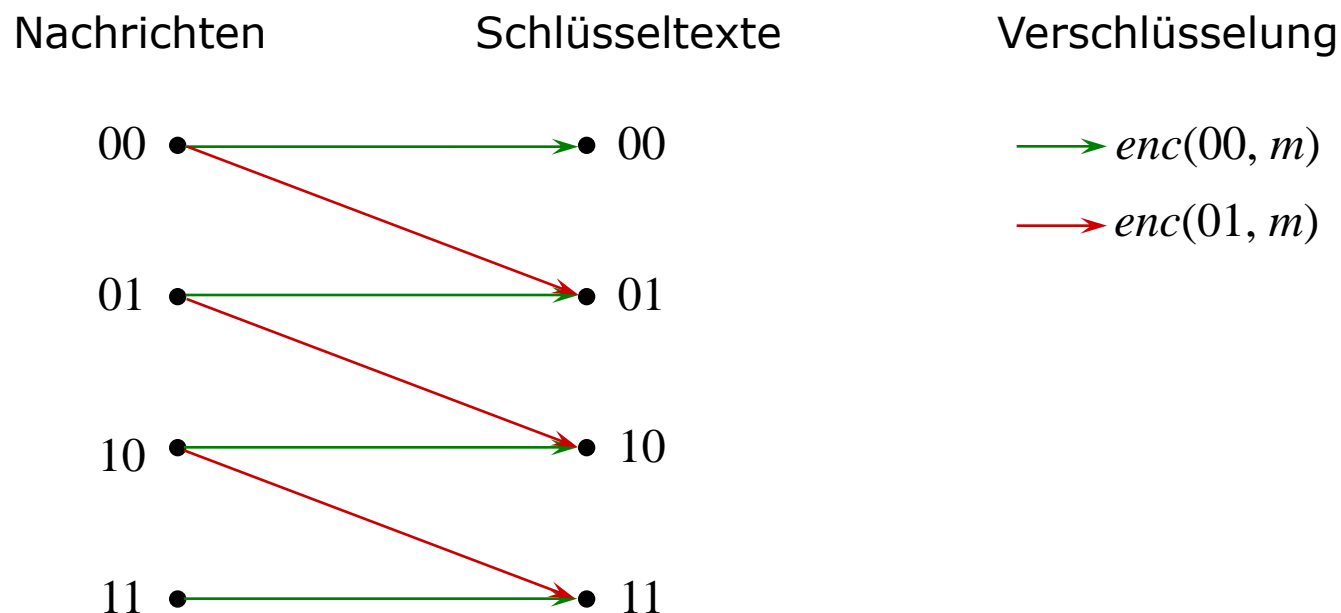
$$\forall m \in M \forall c \in C: p(c|m) = p(c).$$

→ Nachrichten und Schlüsseltexte müssen stochastisch unabhängig voneinander sein.

- Daraus abgeleitet: Anforderungen an die Schlüssel
 - Notwendige Anzahl
 - Wahrscheinlichkeiten
 - Auswahl

4 Anmerkungen zur Sicherheit

Beispiel für die Anforderungen an die Schlüssel



→ nicht informationstheoretisch sicher

→ Beispiel: Anzahl der Schlüssel

4 Anmerkungen zur Sicherheit

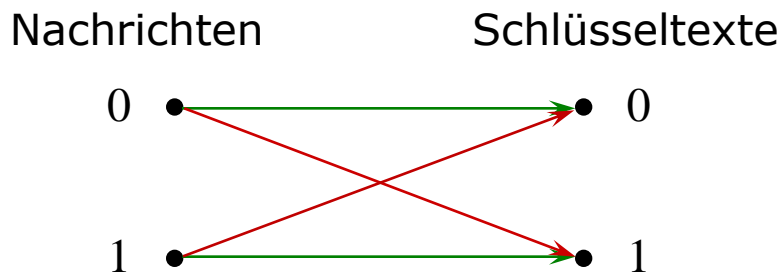
Vernam-Chiffre (one-time pad)

- Jeder Schlüssel wird nur einmal verwendet
 - Schlüssellänge und Länge des Klartextes sind gleich
 - Schlüssel sind zufällig
- Einzige **informationstheoretisch sicheres Chiffre**.

- Binäre Vernam-Chiffre

$$c = \text{enc}(k_i, m_i) = m_i \oplus k_i$$

$$m = \text{dec}(k_i, c_i) = c_i \oplus k_i$$



Verschlüsselung

→ $\text{enc}(0, m)$

→ $\text{enc}(1, m)$

$$p(k_0) = p(k_1) = 0,5$$

4 Anmerkungen zur Sicherheit

Anmerkungen zur informationstheoretischen Sicherheit

- Informationstheoretische Sicherheit kann nur von symmetrischen Systemen erreicht werden
 - Systeme, die ein und denselben Schlüssel mehrfach verwenden, können nicht informationstheoretisch sicher sein
 - Probleme:
 - Schlüsselmanagement
 - Schutzziel „Zurechenbarkeit“ kann nicht mit symmetrischen Systemen erbracht werden
- Verwendung von nicht informationstheoretisch sicheren Systemen notwendig
- Annahmen über den Angreifer notwendig (notwendige Berechnungen des Angreifers sind *nicht effizient* möglich)

5 Beispiel: AES

AES (Advanced Encryption Standard)

- 1997 Ausschreibung eines öffentlichen Wettbewerbs für die Einreichung eines kryptographischen Algorithmus "AES" als Nachfolger des DES durch das National Institute of Standards and Technology (NIST) der USA
- Sieger des Wettbewerbs:
Rijndael (Vincent **Rij**men und Joan **Da**emen, Belgien)
- Publikation als Standard im Herbst 2001 (FIPS Standard „Specification for the Advanced Encryption Standard“, FIPS 197)
- 2002 trat AES in Kraft
- Einsatz z.B.: Verschlüsselungsstandard 802.1 für Wireless LAN bzw. für Wi-Fi WPA2, SSH, IPsec, 7-Zip, PGP

5 Beispiel: AES

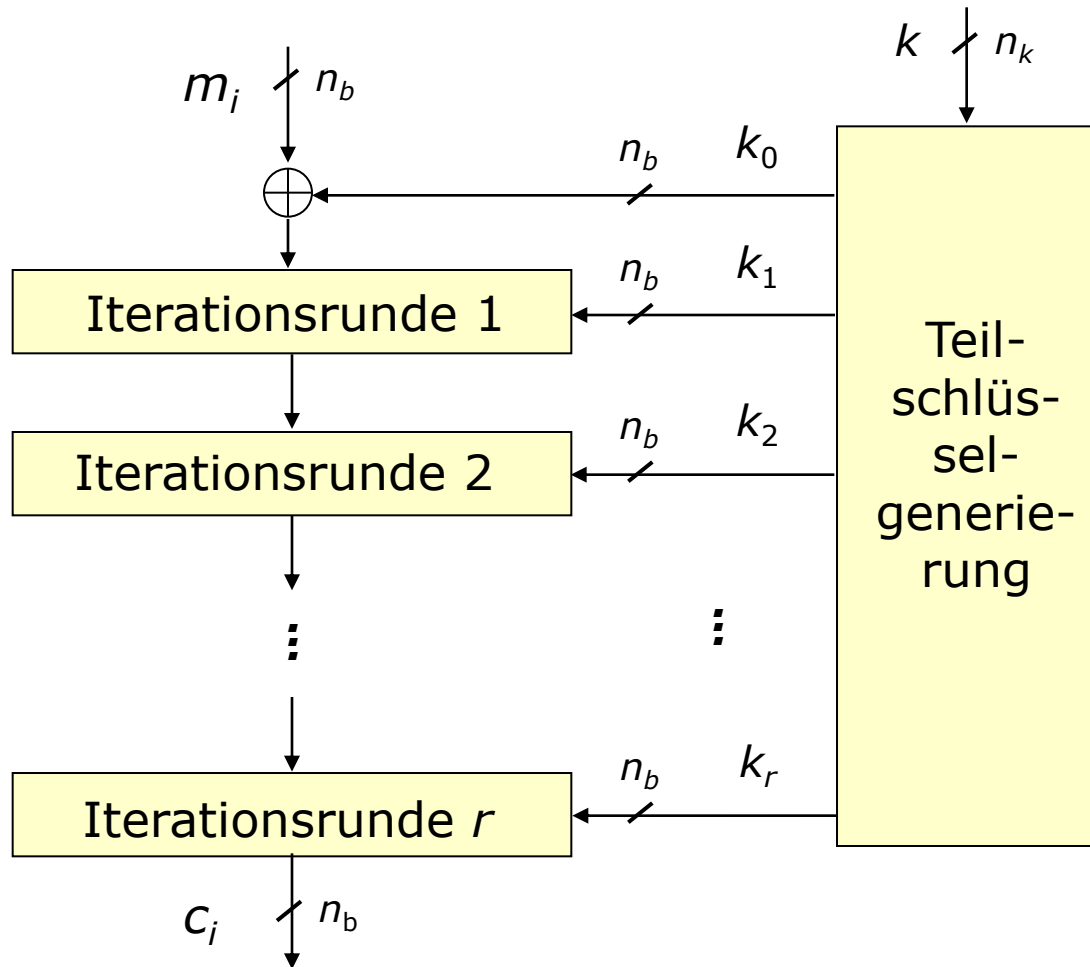
Überblick über den Algorithmus

- Verschlüsselung von Klartextblöcken der Länge 128 Bit (vorgeschlagene Längen von 192 und 256 Bits nicht standardisiert)
- Schlüssellänge wahlweise 128, 192 oder 256 Bits
- Mehrere Runden, jeweils Substitutionen, Permutationen und Schlüsseladdition
- Anzahl der Runden r hängt von Schlüssel- und Klartextlänge ab:

Schlüssel- länge n_k	Blocklänge des Klartextes n_b		
	128 Bit	192 Bit	256 Bit
128 Bit	10	12	14
192 Bit	12	12	14
256 Bit	14	14	14

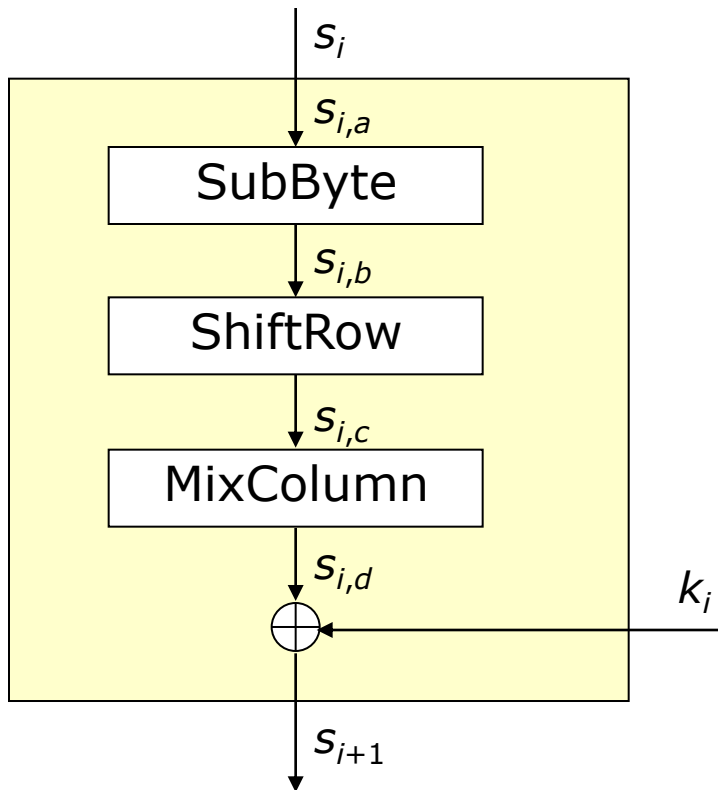
5 Beispiel: AES

Struktur des AES

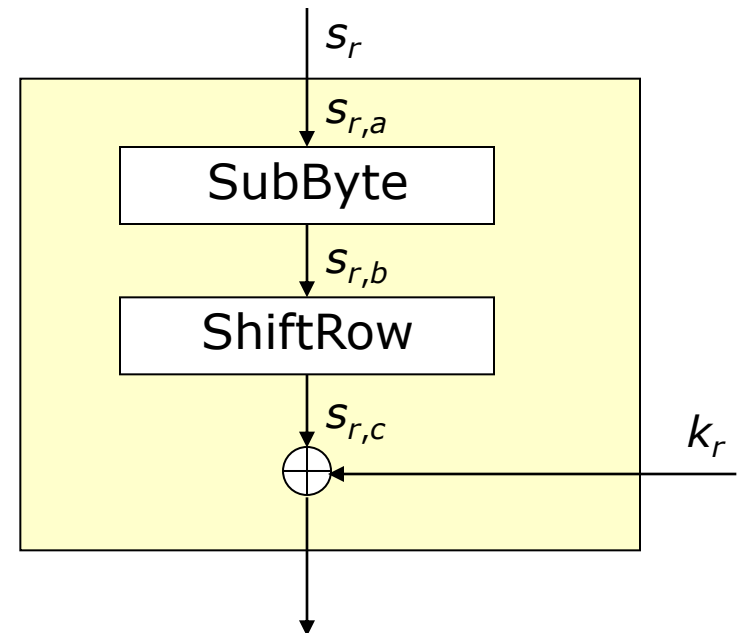


5 Beispiel: AES

Struktur der Iterationsrunden



Runde $i, i = 1, 2, \dots, r-1$



Runde r

5 Beispiel: AES

Notation

- Darstellung eines Bytes als Folge von Bits:

$$a = \{a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0\}_2, \quad a_i \in \{0, 1\}$$

- Darstellung als Polynom:

$$a = \sum_{i=0}^7 a_i x^i$$

- Darstellung als Hexadezimalzahl

5 Beispiel: AES

Darstellung der Operanden

Byte-Matrizen mit 4 Zeilen und N_b (N_k) Spalten
mit N_b (N_k): Blocklänge n_b (Schlüssellänge n_k) / 32

$a_{0,0}$	$a_{0,1}$	$a_{0,2}$	$a_{0,3}$	$a_{0,4}$	$a_{0,5}$	$a_{0,6}$	$a_{0,7}$
$a_{1,0}$	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	$a_{1,5}$	$a_{1,6}$	$a_{1,7}$
$a_{2,0}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,4}$	$a_{2,5}$	$a_{2,6}$	$a_{2,7}$
$a_{3,0}$	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	$a_{3,5}$	$a_{3,6}$	$a_{3,7}$

Matrix (*state*) für
Blocklänge

128, 192, 256

Bit

Schlüssel für
Schlüssellänge

128, 192, 256

Bit

$k_{0,0}$	$k_{0,1}$	$k_{0,2}$	$k_{0,3}$	$k_{0,4}$	$k_{0,5}$	$k_{0,6}$	$k_{0,7}$
$k_{1,0}$	$k_{1,1}$	$k_{1,2}$	$k_{1,3}$	$k_{1,4}$	$k_{1,5}$	$k_{1,6}$	$k_{1,7}$
$k_{2,0}$	$k_{2,1}$	$k_{2,2}$	$k_{2,3}$	$k_{2,4}$	$k_{2,5}$	$k_{2,6}$	$k_{2,7}$
$k_{3,0}$	$k_{3,1}$	$k_{3,2}$	$k_{3,3}$	$k_{3,4}$	$k_{3,5}$	$k_{3,6}$	$k_{3,7}$

5 Beispiel: AES

Mathematische Grundlagen

- Alle Verschlüsselungsschritte basieren auf Operationen in endlichen Körpern
- Alle Bytes als Elemente des Körpers $GF(2^8)$ interpretierbar:

$$a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \text{ mod } m(x)$$

mit $m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ (irreduzibles Polynom)

- Addition \oplus :

$$a = \{a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0\}, b = \{b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0\}$$

$$c = a \oplus b \text{ mit } c_i = a_i \oplus b_i$$

- Multiplikation \odot :

$$c = a \odot b = a \cdot b \text{ mod } m(x)$$

5 Beispiel: AES

- Polynome dritten Grades mit Koeffizienten aus $GF(2^8)$:
Polynomring $GF(2^8)[x]/(x^4+1)$

$$a(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \text{ mit } a_i \in GF(2^8)$$

- Addition \oplus :

$$c(x) = a(x) \oplus b(x) = \\ (a_3 \oplus b_3)x^3 + (a_2 \oplus b_2)x^2 + (a_1 \oplus b_1)x + (a_0 \oplus b_0)$$

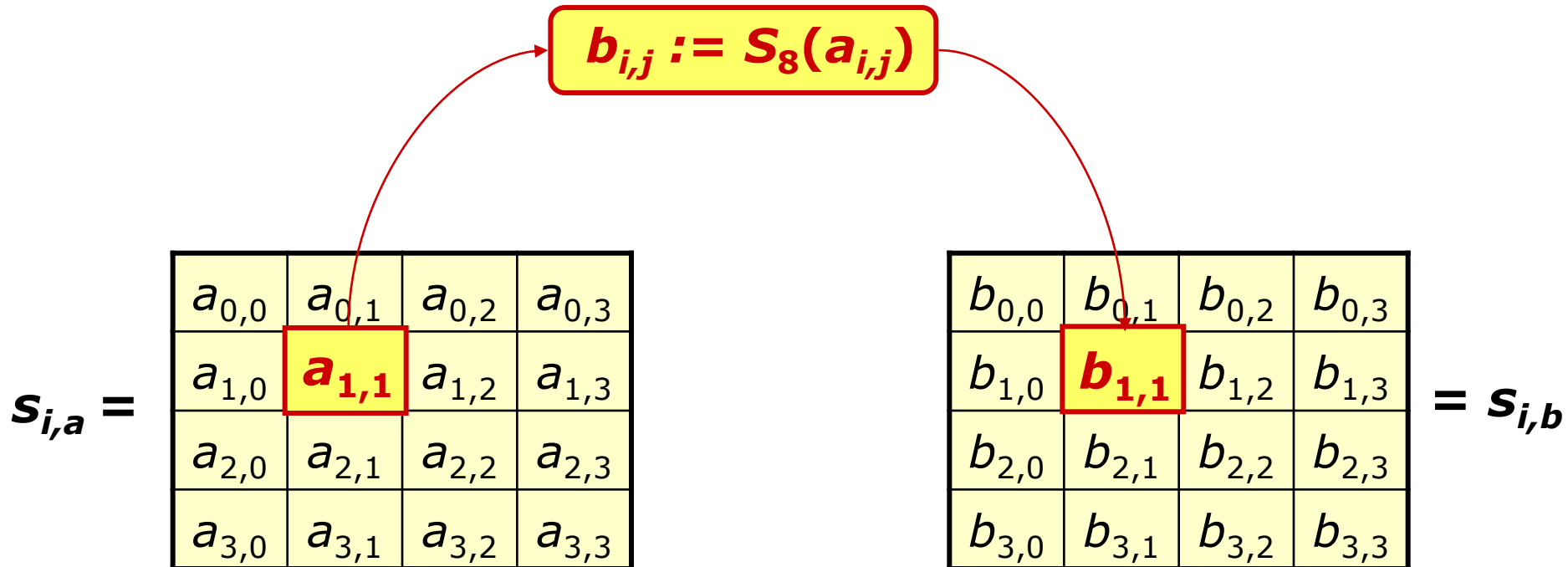
- Multiplikation \otimes :

$$c(x) = a(x) \otimes b(x) = a(x) \odot b(x) \text{ mod } (x^4+1)$$

5 Beispiel: AES

Schritt 1: SubByte

- Alle Bytes einer Matrix werden unabhängig voneinander substituiert



5 Beispiel: AES

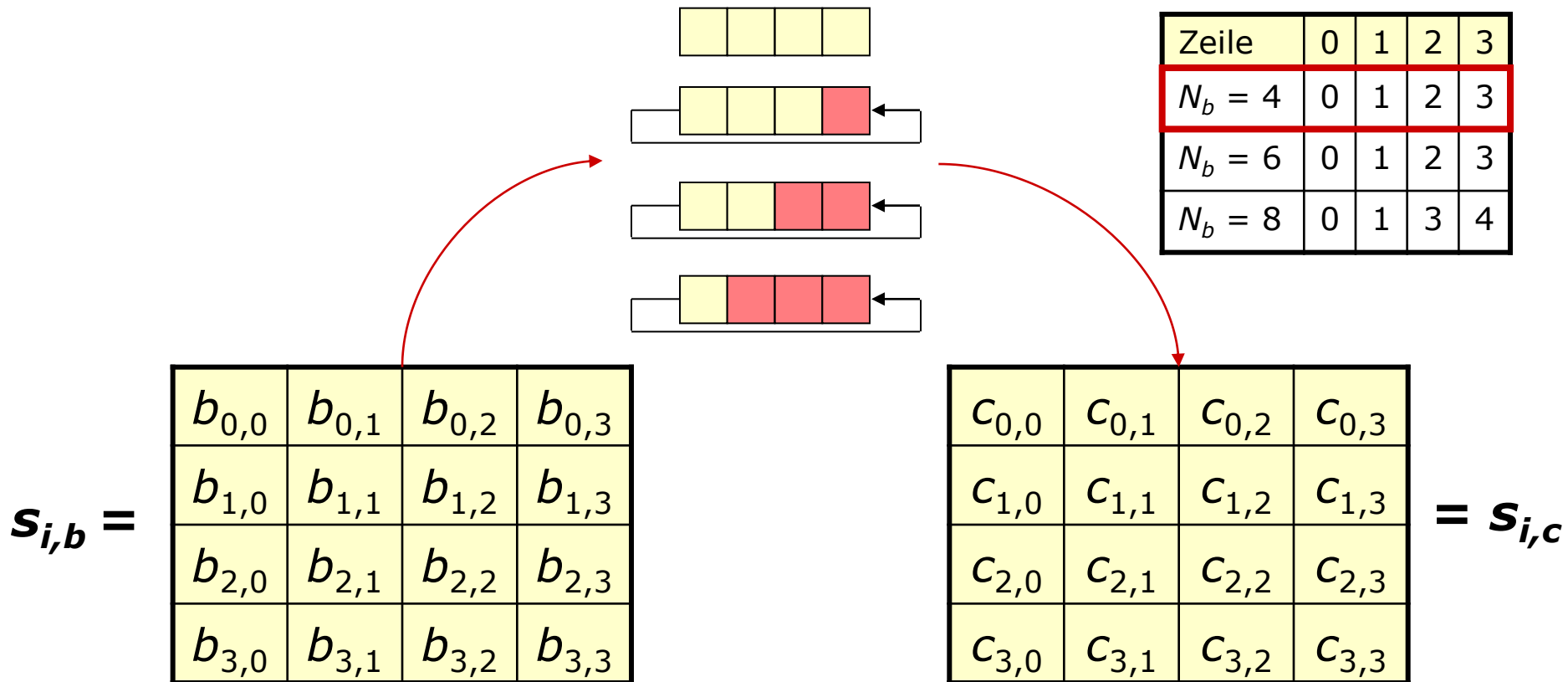
Substitutionsbox $S_8(a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)$

$a_7a_6a_5a_4$	$a_3a_2a_1a_0$															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	F0	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	C0
2	B7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EB	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	B3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	D0	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
:	:															
C	BA	78	25	2E	1C	A6	B4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A
D	70	3E	B5	66	48	03	F6	0E	61	35	57	B9	86	C1	1D	9E
E	E1	F8	98	11	69	D9	8E	94	9B	1E	87	E9	CE	55	28	DF
F	8C	A1	89	0D	BF	E6	42	68	41	99	2D	0F	B0	54	BB	16

5 Beispiel: AES

Schritt 2: ShiftRow

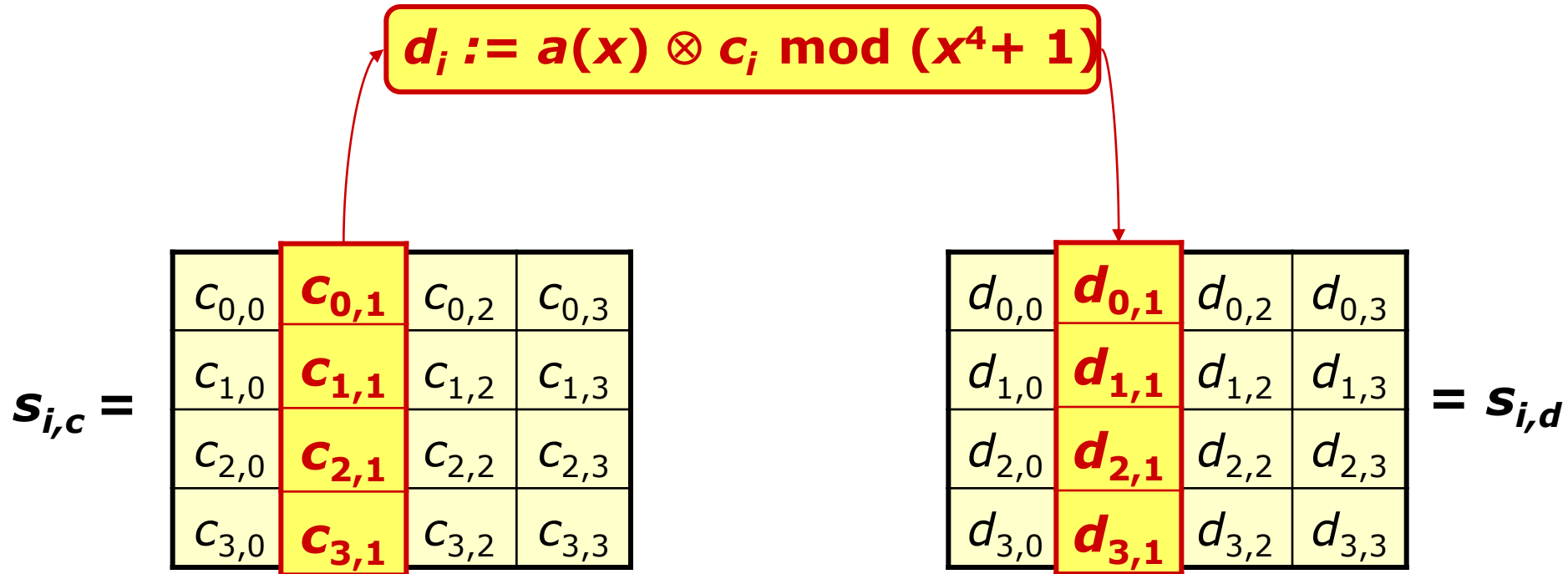
- Zyklische Verschiebung der Zeilen nach links



5 Beispiel: AES

Schritt 3: MixColumn

- Operiert jeweils auf Spalten der Matrix (32-Bit Substitution)
- Diffusion



5 Beispiel: AES

$$d_i := a(x) \otimes c_i \text{ mod } (x^4+1)$$

$$a(x) = \{03\} x^3 + \{01\} x^2 + \{01\} x + \{02\}$$

$$\begin{pmatrix} d_{0,i} \\ d_{1,i} \\ d_{2,i} \\ d_{3,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{0,i} \\ c_{1,i} \\ c_{2,i} \\ c_{3,i} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} d_{0,i} &= (\{02\} \cdot c_{0,i}) \oplus (\{03\} \cdot c_{1,i}) \oplus c_{2,i} \oplus c_{3,i} \\ d_{1,i} &= c_{0,i} \oplus (\{02\} \cdot c_{1,i}) \oplus (\{03\} \cdot c_{2,i}) \oplus c_{3,i} \\ d_{2,i} &= c_{0,i} \oplus c_{1,i} \oplus (\{02\} \cdot c_{2,i}) \oplus (\{03\} \cdot c_{3,i}) \\ d_{3,i} &= (\{03\} \cdot c_{0,i}) \oplus c_{1,i} \oplus c_{2,i} \oplus (\{02\} \cdot c_{3,i}) \end{aligned}$$

5 Beispiel: AES

Schritt 4: AddRoundKey

- Macht Iterationsrunden **schlüsselabhängig**
- Länge des Rundenschlüssels k_i : n_b

$$\begin{array}{c} \mathbf{S_{i,d}} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline d_{0,0} & d_{0,1} & d_{0,2} & d_{0,3} \\ \hline d_{1,0} & d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ \hline d_{2,0} & d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} \\ \hline d_{3,0} & d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} \\ \hline \end{array} \end{array} \oplus \begin{array}{c} \mathbf{k_i} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline k_{0,0} & k_{0,1} & k_{0,2} & k_{0,3} \\ \hline k_{1,0} & k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} \\ \hline k_{2,0} & k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} \\ \hline k_{3,0} & k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{S_{i+1,a}} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} \\ \hline a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ \hline a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ \hline a_{3,0} & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

5 Beispiel: AES

Teilschlüsselgenerierung

- Expansion des AES-Schlüssels, abhängig von n_b und n_k
- n_b bestimmt Länge der Rundenschlüssel
- n_b und n_k bestimmen Anzahl der Runden \rightarrow Anzahl der Rundenschlüssel

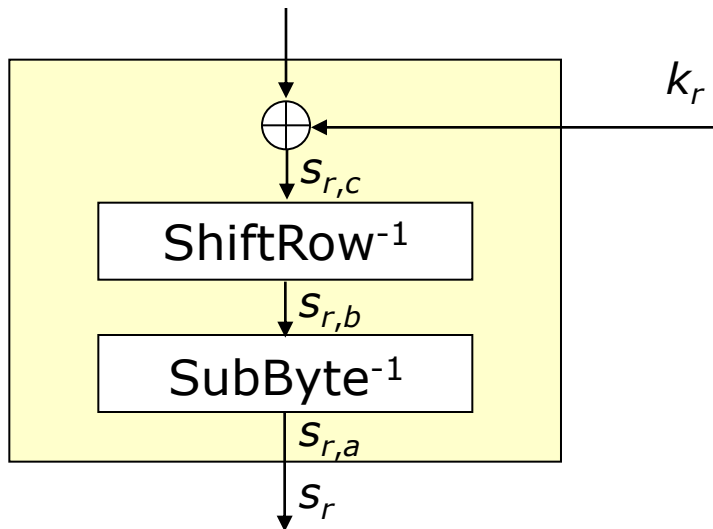
- Länge des expandierten Schlüssels in Byte = $4N_b(r+1)$:

Schlüssel- länge n_k	Blocklänge des Klartextes n_b		
	128 Bit	192 Bit	256 Bit
128 Bit	16·11	24·13	32·15
192 Bit	16·13	24·13	32·15
256 Bit	16·15	24·15	32·15

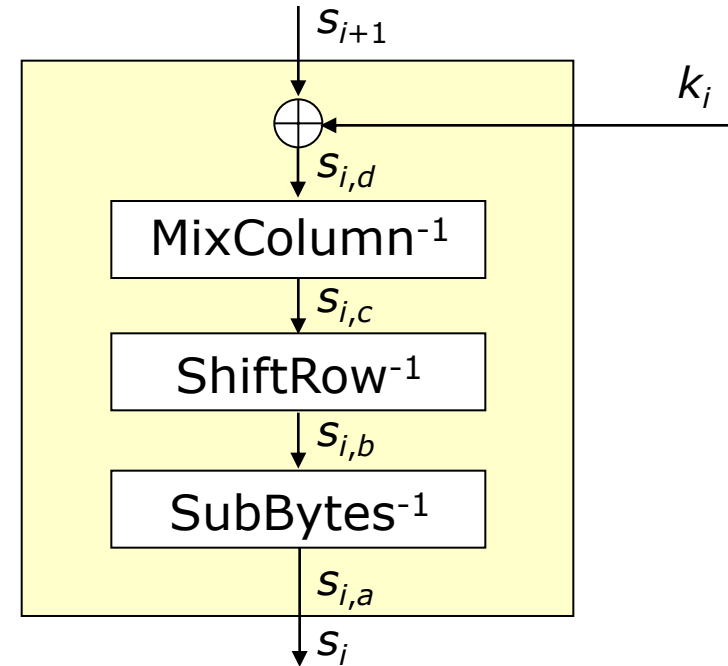
5 Beispiel: AES

Entschlüsselung

- Umgekehrte Reihenfolge, inverse Funktionen



Runde r



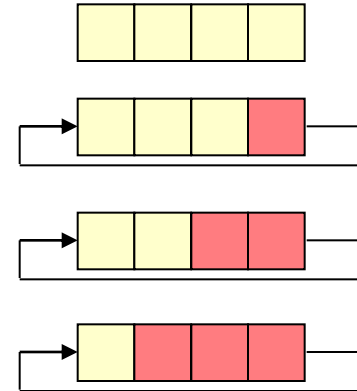
Runde $i, i = r-1, r-2, \dots, 1$

- Zum Schluss Addition des Rundenschlüssels k_0

5 Beispiel: AES

Inverse Funktionen

- ShiftRow⁻¹:
zyklische Verschiebung nach rechts



- SubByte⁻¹:
Anwendung der inversen Substitution $a_{i,j} := S_8^{-1}(b_{i,j})$
- MixColumn⁻¹:
Multiplikation mit dem multiplikativen Inversen mod $(x^4 + 1)$
$$a^{-1}(x) = (\{03\} x^3 + \{01\} x^2 + \{01\} x + \{02\})^{-1} \text{ mod } (x^4 + 1)$$
$$= \{0b\} x^3 + \{0d\} x^2 + \{09\} x + \{0e\}$$

5 Beispiel: AES

Entschlüsselung in äquivalenter Reihenfolge

- $\text{SubByte}(\text{ShiftRow}(s_i)) = \text{ShiftRow}(\text{SubByte}(s_i))$

und

$$\text{SubByte}^{-1}(\text{ShiftRow}^{-1}(s_i)) = \text{ShiftRow}^{-1}(\text{SubByte}^{-1}(s_i))$$

- $\text{MixColumn}(s_i \oplus k_i) = \text{MixColumn}(s_i) \oplus \text{MixColumn}(k_i)$

und

$$\text{MixColumn}^{-1}(s_i \oplus k_i) = \text{MixColumn}^{-1}(s_i) \oplus \text{MixColumn}^{-1}(k_i)$$

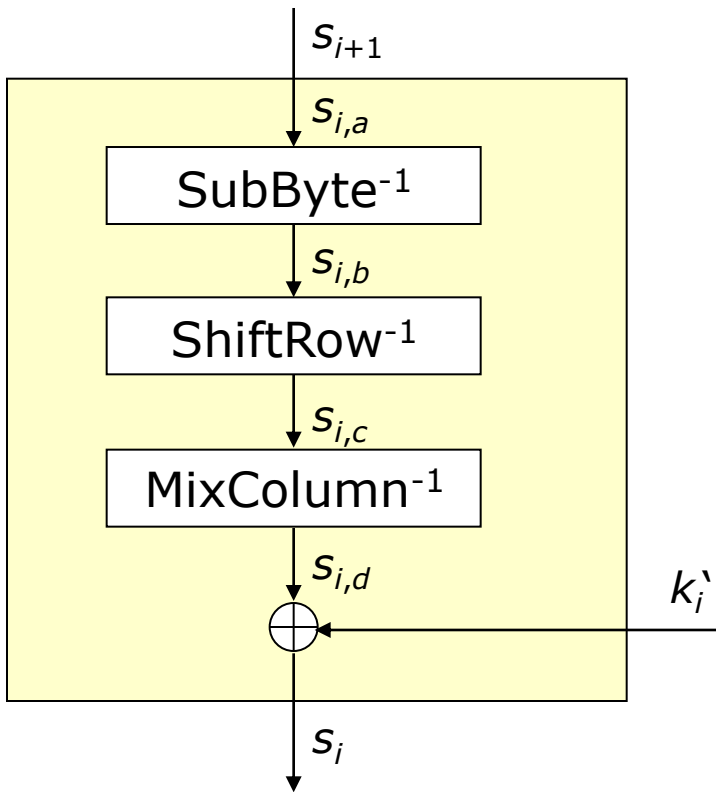
→ Reihenfolge der Abarbeitung wie bei Verschlüsselung

→ $k_i' = \text{MixColumn}^{-1}(k_i), i = 1, 2, \dots, r-1$

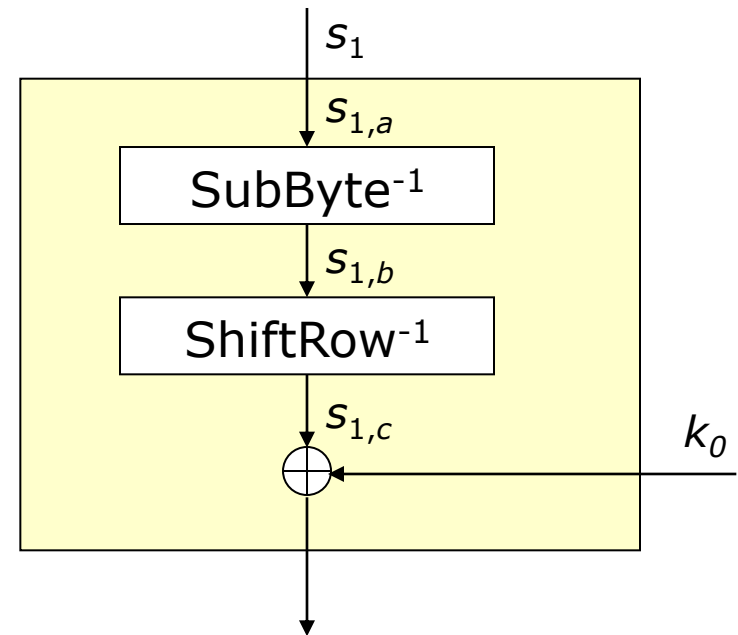
5 Beispiel: AES

Entschlüsselung in äquivalenter Reihenfolge

- Addition des Rundenschlüssels k_r



Runde $i, i = r-1, r-2, \dots, 1$



5 Beispiel: AES

Analyse des AES

- Darstellung als algebraische Formel 2001 [FeSW_01]
(für $n_k = 128$ ca. 2^{50} Terme, für $n_k = 256$ ca. 2^{70} Terme)
- XSL-Angriff (Extended Sparse Linearisation) [CoPi_02]
(Darstellung mit Hilfe eines quadratischen Gleichungssystems; für $n_k = 128$: 8000 Gleichungen mit 1600 Variablen)
- Weitere Angriffe wie z.B. *Collision attacks*, *Related-key attacks* und Seitenkanalangriffe
- Übersicht über Angriffe z.B. unter:
<http://www.cryptosystem.net/aes/>
<http://www.iaik.tugraz.at/content/research/krypto/aes/>