

Aufgaben zur Vorlesung „Scheduling-Theorie“ – Kapitel 1 und 2

1. Gegeben sei folgende Präzedenzrelation zwischen zwölf Jobs A,...,L:

{(A,D); (A,E); (B,D); (B,E); (C,D); (C,E); (C,J); (D,F); (D,G); (E,I); (F,H); (G,K); (G,L); (H,K); (H,L); (I,K); (I,L); (J,K); (J,L)}.

Die Jobs erfordern folgende Bedienungszeiten (in einer bestimmten Zeiteinheit):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2	3	4	1	2	3	6	1	1	8	4	2

Zur Bearbeitung stehen zwei gleichartige Prozessoren zur Verfügung. Die Jobs sind nicht unterbrechbar.

a) Zeichnen Sie den Präzedenzgraphen (einschließlich der Bedienungszeiten) als Vorgangspfeilnetz! Beachten Sie dabei die folgenden Regeln, die für Vorgangspfeilnetze gelten:

- Es darf nur *einen* Anfangsknoten und *einen* Endknoten geben.
- Alle Pfeile (alle Kanten des Graphen) müssen von links nach rechts gerichtet sein.
- Zwischen zwei Knoten darf es keine parallelen Kanten (ohne weitere Zwischenknoten) geben.
- Es sollten so wenig Scheinvorgänge als möglich verwendet werden.
- Kanten sollten sich nicht kreuzen.

Welches sind die Motivationen für diese Regeln?

b) Geben Sie die Ablaufpläne (GANTT-Diagramme) gemäß FIFO (dies sei die in der Tabelle stehende Reihenfolge), SPT und LPT an! Berechnen Sie in allen Fällen relevante Bewertungsgrößen, und beurteilen Sie die einzelnen Zuteilungsstrategien! Welcher Ablaufplan ist optimal?

c) Versuchen Sie, einen Ablaufplan zu konstruieren, der gleichzeitig zu maximalem Durchsatz und zu minimaler mittlerer Jobverweilzeit führt! Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den in b) ermittelten Werten!

d) Unter welchen Modifikationen der Voraussetzungen lassen sich prinzipiell weitere Verbesserungen erreichen? Inwieweit ist dies im konkreten Fall möglich?

e) Inwieweit ändern sich die Ergebnisse, wenn nur ein Prozessor zur Verfügung steht?

2. In einem interaktiven System sind drei unabhängige Jobs mit Bearbeitungszeiten von 13s, 3s und 5s einzuplanen. In welcher Reihenfolge sind die Jobs (auf einem Prozessor) auszuführen? Welche Konsequenzen hat es, wenn es sich bei wiederholter Ausführung dieses Jobnetzes zeigt, daß die Bearbeitungszeiten um 20% bzw. um 30% schwanken?

3. Die folgende Tabelle enthält die Jobs J , die durch einen Scheduler während einer Dauer von $t_{ges} = 25s$ einzuplanen sind. Dabei bedeuten:

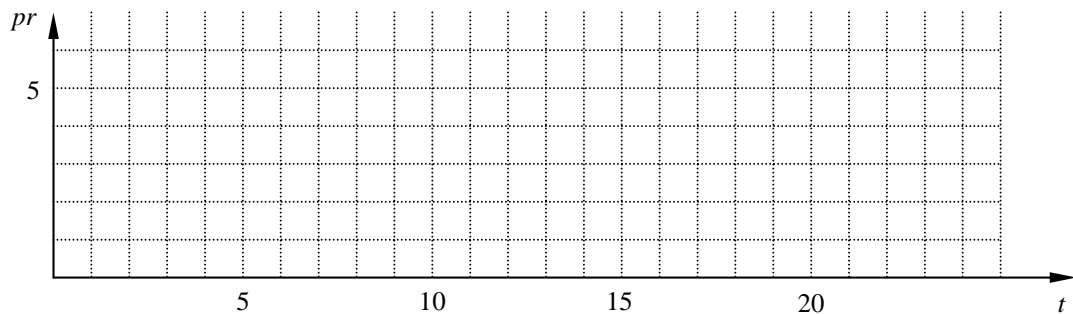
t Zeitpunkt, zu dem der jeweilige Job erstmals bereit wird;

p Priorität (1: niedrigste Priorität; bei höherer Priorität wird ein Job unterbrochen, bei gleicher Priorität wird nach der Strategie FIFO verfahren);

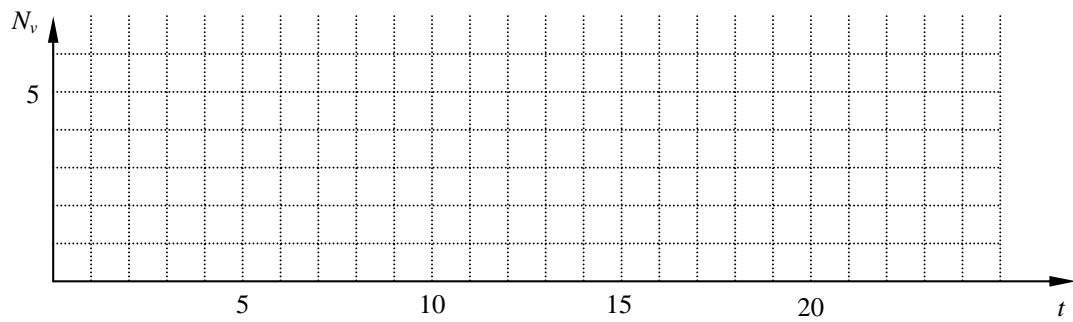
b Bedarf an Prozessorzeit.

J	A	B	C	D	E	F	G	H
t/s	0	2	3	6	8	17	18	21
p	2	6	3	2	5	3	5	2
b/s	4	3	4	2	2	4	2	1

- a) Erläutern Sie an dem Beispiel alle wichtigen bedienungstheoretischen Grundbegriffe, soweit möglich (Modellstruktur – Einflußgrößen – Bewertungsgrößen)!
- b) Stellen Sie in nachstehendem Diagramm die Zuteilung des Prozessors an die Jobs durch den Scheduler dar (Abszisse: Zeit, Ordinate: Priorität)!



- c) Stellen Sie die Anzahl $N_v(t)$ der im System befindlichen Forderungen (Jobs) als Funktion der Zeit t graphisch dar! Erweitern Sie diese Darstellung so, daß alle wesentlichen Informationen über den aktuellen Systemzustand (welche sind das?) daraus möglichst einfach ablesbar sind!



- d) Berechnen Sie alle Einfluß- und Bewertungsgrößen, erklären Sie diese Größen!
 - e) Berechnen Sie den Verweilzeitfaktor! Interpretieren Sie das Ergebnis!
4. Erläutern Sie den Begriff M/M/1/∞-Modell! Welche Informationen müssen für eine konkrete rechnerische Auswertung eines solchen Modells vorliegen? Welche Größen kann man daraus gewinnen? Gehen Sie insbesondere auf Verkehrswert und Verweilzeitfaktor ein (Definition, Bedeutung, Funktionsverlauf)!
5. Ein M/M/1∞-Modell habe die Parameter $\lambda = 40s^{-1}$ und $\mu = 50s^{-1}$.
- a) Was bedeuten diese Größen (einschl. der Modellbezeichnung)?
 - b) Wie groß ist der Anteil der Forderungen, deren Bedienung spätestens nach 20ms bzw. nach 50ms beendet ist?
 - c) Berechnen Sie die mittlere Wartezeit einer Forderung und die durchschnittliche Länge der Warteschlange! Gehen Sie dabei von der Formel für den Verweilzeitfaktor aus!
 - d) Um wieviel Prozent verringern sich die in c) gefundenen Werte, wenn sich die Verarbeitungsgeschwindigkeit um ein Drittel erhöht?
 - e) Um wieviel Prozent muß die Bearbeitungsgeschwindigkeit steigen, damit sich die Verweilzeit halbiert?
 - f) Beschreiben Sie (quantitativ und qualitativ) die Abhängigkeit der durchschnittlichen Anzahl im System befindlicher Forderungen vom Verkehrswert!
 - g) Berechnen Sie für die Bedienungsstrategie FIFO die durchschnittliche Wartezeit und deren Standardabweichung!
 - h) Wie groß ist der Anteil der Forderungen, die länger als 160ms warten müssen?

6. Leiten Sie für das M/M/1/∞-Modell die Formeln für die Bewertungsgrößen aus dem Verweilzeitfaktor ab!

7. Welche Maßnahme ist – ausgehend von einem M/M/1/∞-Modell – wirkungsvoller: Verdoppeln der Bedienungsgeschwindigkeit oder Verdoppeln der Kanalzahl? Interpretieren Sie das Ergebnis!

Zahlenbeispiel: 20ms mittlere Bedienungszeit bei durchschnittlich 75 Forderungen pro Sekunde

8. Für ein Unternehmen soll ein Datennetz projektiert werden, in dem gleichzeitig eine begrenzte Zahl von Nutzern Zugriff zu zentralen Datenbeständen haben kann. Der zu erwartende Forderungsstrom kann als poissonsch angesehen werden mit einer Intensität von 1 Forderung pro Minute; die mittlere Bearbeitungsdauer für einen Zugriff wird auf 2 Minuten geschätzt. Ein Vormerken von Forderungen, die nicht sofort bedient werden können, ist nicht möglich.

Wievielen Nutzern kann der gleichzeitige Zugriff auf die Datenbestände gewährleistet werden, damit wenigstens 90% der Zugriffsanforderungen befriedigt werden können?

9. Bei einem M/M/1/∞-Bedienungssystem mit $\rho = 0,5$ und $\mu = 0,5/s$ erfolge die Vergabe des Prozessors nach Prioritäten in folgender Weise:

a) FIFO

b) statisch, SJN (Shortest Job Next), geschätzte Bedienungszeiten $b = 1s/4s/8s/\infty$;

c) dynamisch, HRN (Highest Response Ratio Next), Priorität PR des Prozesses p_i :

$$PR(p_i) = (t - t_i)/b, \quad t \text{ aktuelle Zeit, } t_i \text{ Ankunftszeit von } p_i$$

mit folgenden Werten:

$$p_1: b = 8s, \quad t_1 = 0s$$

$$p_2: b = 4s, \quad t_2 = 2s$$

$$p_3: b = 1s, \quad t_2 = 8s;$$

d) extern, FEP (Fixed External Priorities), für vier Klassen $i = 1, \dots, 4$ mit den Eingangsstromintensitäten $\lambda_i = 1/8 - 1/32 - 1/16 - 1/32$ (jeweils Forderungen pro Sekunde).

Berechnen Sie jeweils die mittlere Wartezeit für die einzelnen Forderungen bzw. Forderungsklassen! Skizzieren Sie bei c) zunächst den Verlauf der Prioritäten und interpretieren Sie das Bild! Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse insgesamt!

Die mittlere Wartezeit ergibt sich für die einzelnen Strategien gemäß:

$$ET_{w,SJN}(b) = \frac{\lambda}{\mu^2(1-r(b))^2}, \quad r(b) = \lambda \cdot \int_0^b t \cdot f_{T_b}(t) dt$$

$$ET_{w,HRN}(b) \approx \begin{cases} \frac{\rho}{\mu} + \frac{b}{2} \cdot \frac{\rho^2}{1-\rho} & \text{für } b \leq \frac{2}{\mu} \\ \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \cdot \left(1 - \rho + \frac{2\rho}{\mu b}\right)^{-1} & \text{für } b > \frac{2}{\mu} \end{cases}$$

$$ET_{w,i} = \frac{\rho/\mu}{(1-\sigma_i)(1-\sigma_{i-1})} \quad \text{mit } \sigma_0 = 0, \quad \sigma_i = \sigma_{i-1} + \rho_i \quad \text{für Klasse } i$$

$$\text{für } i = 1, \dots, n$$

10. In einem Rechensystem erfolge die Vergabe des Prozessors an eine Forderung ohne Prioritäten und ohne Entzug des Prozessors; im Mittel benötige der Prozessor $2s$ für die Bedienung einer Forderung. Die durchschnittliche Anzahl der pro Minute eintreffenden Forderungen sei

1. 6 2. 15 3. 24 4. 40.

Es werde angenommen, daß die Modellierung des Rechensystems durch ein $M/M/1/\infty$ -Modell erfolgen kann.

- a) Stellen Sie für die vier oben genannten Eingangsstromintensitäten die mittlere Zahl der Forderungen (wartend und insgesamt) sowie die mittlere Warte- und Verweilzeit gegenüber!
- b) Berechnen Sie für die Bedienungsstrategie FIFO die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten der Wartezeit! Interpretieren Sie das Ergebnis!
- c) Beschreiben Sie den Einfluß der Bedienungsstrategie auf die Wartezeit!